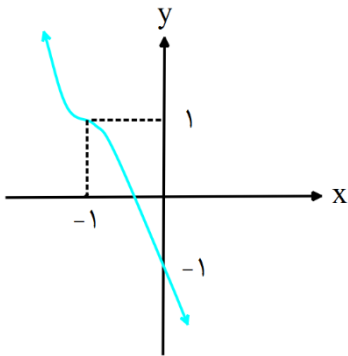
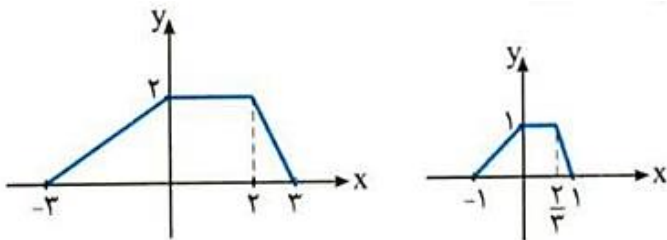
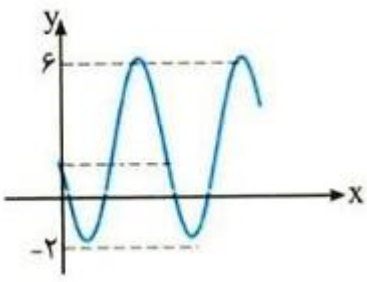


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم تجربی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه: سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
 امتحانات میان ترم سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵
www.sarayedanesh.com
 ۰۲۱-۶۹۳۶۰۰۰

نام درس: ریاضی ۳
 نام دبیر: مرضیه بختیاری
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۰۸/۱۰
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:		محل مهر و امضاء مدیر
		نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	
ردیف	سؤالات			بارم
۱	جاهای خالی را پر کنید الف) در بازه (۰ و ۱) تابع x^3 ----- تابع x^2 است ب) دامنه تابع ----- برابر $\{x \in D_f f(x) \in D_g\}$ است ج) دوره تناوب اصلی تابع $y = \tan x$ ----- است			۱/۵
۲	نمودار $f(x) = x^3$ را ابتدا به اندازه یک واحد به سمت راست و سپس به اندازه ۷ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار g حاصل شود. نمودار تابع f و g با چه طول‌هایی همدیگر را قطع می‌کنند؟			۱/۵
۳	نمودار تابع $f(x) = a(x+b)^3 + c$ به صورت مقابل است. اگر $g(x) = b(x-a)^3 + c$ باشد، مقدار $g(2)$ را به دست آورید.			
۴	اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = ax^2 + bx + c$ باشند، a ، b و c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $(f \circ g)(x) = x^2 - 3x + 4$.			۱/۵
۵	اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = x^2 - 5x + 4$ باشند، روی چه بازه‌ای نمودار تابع $g \circ f$ ، پایین محور x ‌ها قرار می‌گیرد؟			۱/۵
۶	نمودار تابع $y = f(x)$ و $y = af(bx) + c$ به صورت زیر می‌باشند. مقادیر a ، b و c را به دست آورید.			
۷	ضابطه وارون $f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x$ را به دست آورید.			۱/۵

ردیف	سؤالات	بارم
۸	نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx) + c$ به صورت مقابل است. اگر دوره تناوب تابع f، با دوره تناوب تابع $y = -3 \cos\left(\frac{2}{3}x\right) + \sqrt{5}$ برابر باشد، ضابطه تابع f را مشخص کنید. 	۱/۵
۹	درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$	۱/۵
۱۰	جواب هریک از معادلات زیر را در بازه‌های داده شده، تعیین کنید. الف) $2 \sin^2 x - \sin x = 0$, $x \in [0, 2\pi]$ ب) $2 \cos 2x + 1 = 0$, $x \in [-\pi, \pi]$	۱/۵
۱۱	اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3}{x^2+ax+b} = +\infty$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.	۱/۵
۱۲	a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + x^2 + 1}{6x^b - 1} = -\frac{2}{3}$ باشد.	۱/۵
۱۳	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$ ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2} =$ ث) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} =$	۲
جمع بارم: ۲۰ نمره		

المسألة 3

الف) مستر

ب) $g \circ f$

ج) π

$$g(x) = (x-1)^3 + 7 \rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow x^3 = (x-1)^3 + 7$$

$$\rightarrow 3x^2 - 3x - 6 = 0 \rightarrow x = 2, x = -1$$

$$y = a(x+b)^3 + c \rightarrow b = 1, c = 1 \rightarrow y = a(x+1)^3 + 1$$

$$\underline{(0, -1)} \rightarrow -1 = a(0+1)^3 + 1 \Rightarrow a = -2$$

$$g(x) = b(x-a)^3 + c \rightarrow g(x) = (x+2)^3 + 1 \rightarrow g(2) = 65$$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = f(ax^2 + bx + c) = a(ax^2 + bx + c) = ax^2 + bx + a + c = x^2 - 3x + 4$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ a + c = 4 \rightarrow c = 3 \end{cases}$$

$$g \circ f(x) = x^2 - 9x + 18 \rightarrow g \circ f(x) < 0 \rightarrow x^2 - 9x + 18 < 0$$

$$\rightarrow 3 < x < 6$$

$$y = af(bx) + c \rightarrow b = 3, c = 0, a = \frac{1}{2}$$

$$y = (x+2)^3 - 8 \Rightarrow (x+2)^3 = y+8 \rightarrow x+2 = \sqrt[3]{y+8}$$

$$\rightarrow x = \sqrt[3]{y+8} - 2 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+8} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$$

از آنجایی که $y = -\sin x$ به صورت $y = a \sin(bx + c)$ می‌نویسند.

$$b > 0, a < 0$$

$$T = 3\pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{2}{3} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{2}{3}$$

$$c = \frac{\max x + \min x}{2} = 2$$

$$\max x = |a| + c = |a| + 2 = 6 \rightarrow |a| = 4 \xrightarrow{a < 0} a = -4$$

$$y = -4 \sin\left(\frac{2}{3}x\right) + 2$$

$$\cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

$$\text{الف) } 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \rightarrow \sin x (2 \sin x - 1) = 0 \quad \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0, \pi, 2\pi \\ x = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{\pi}{6} \\ (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$\rightarrow 2 \cos 2x + 1 = 0 \rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$k=0 \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3}, \xrightarrow{k=1} x = \frac{4\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$$

✓ $\frac{4\pi}{3}$ قابل قبول نیست.

$$k=-1 \rightarrow x = -\pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow x = -\frac{4\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$$

✓ $-\frac{4\pi}{3}$ قابل قبول نیست.

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 = x^2 + ax + b \rightarrow a=4, b=4$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^3 + x^3 + 1}{6x^3 - 1} = -\frac{2}{3} \rightarrow 3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3(3 - \frac{5}{x^2} + \frac{1}{x^3})}{x^3(6 - \frac{11}{x} - \frac{3}{x^3})} = \frac{3}{6}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^7(-4 + \frac{5}{x^5})}{x^3(2 + \frac{9}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^4}{2x^3} = -\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{6(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x+3)}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} = -24$$