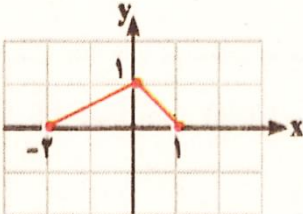
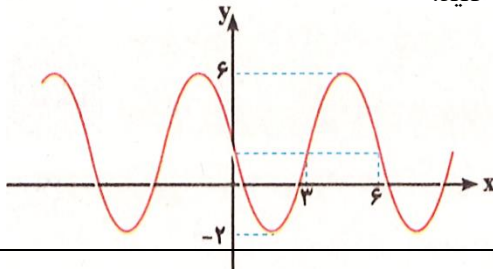
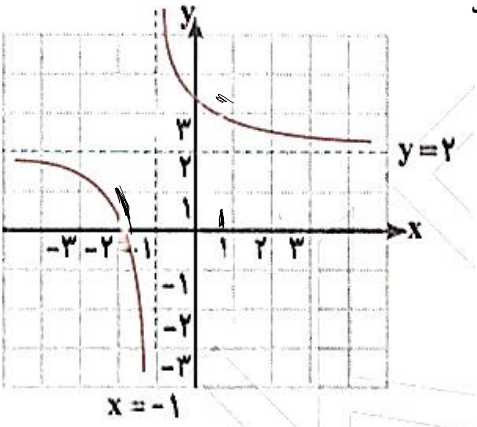
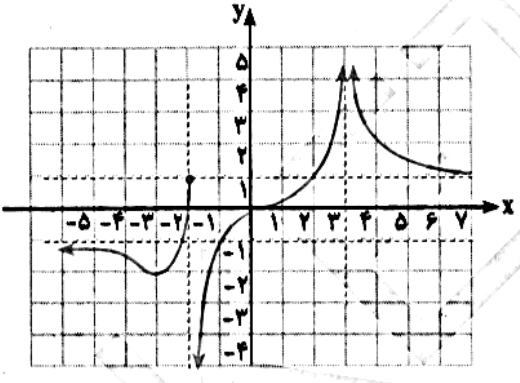


نام و نام خانوادگی:
مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
نام پدر:
شماره داوطلب:
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
امتحانات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵
 www.sarayedaneesh.com
۰۲۱-۲۹۳۶

نام درس: حسابان ۲
نام دبیر: مرضیه بختیاری
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سوالات	بارم
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید الف) اگر $0 < k < 1$ نمودار تابع $y = f(\frac{1}{k}x)$ از ----- افقی نمودار تابع $y = f(x)$ بدست می آید. (انقباض یا انبساط) ب) اگر تابع $y = ax + 1$ هم صعودی و هم نزولی باشد a برابر ----- است. ج) دوره تناوب $\cos^4 x - \sin^4 x$ برابر با ----- است. د) جواب کلی معادله $\cos x = -1$ برابر ----- است	۱
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) نمودار $y = (-x + 3)^3$ را میتوان با سه واحد انتقال نمودار $y = -x^3$ به راست رسم کرد. ب) هر تابع یکنوا یک به یک است. ج) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است د) فقط دو زاویه وجود دارد که سینوس زاویه آن $\frac{2}{5}$ است	۱
۳	نقطه ی $A = (-2, 2)$ روی نمودار $y = \frac{f(x-2)}{2} - 1$ متناظر با چه نقطه ای روی $y = -f(2x - 1)$ هست ؟ ابتدا به $f(x)$ بپردازید.	۱/۵
۴	اگر نمودار $y = f(-x + 2)$ به شکل زیر باشد نمودار $y = f(2x + 1)$ را رسم کنید.	۱/۵
		
۵	اگر $\log(x + 1) \leq \log(2x - 3)$ حدود x را پیدا کنید.	۱/۵
۶	اگر باقیمانده تقسیم $x^3 + x^2 + ax + b$ بر $x - 1$ و $x + 1$ به ترتیب ۴ و ۶ باشد باقیمانده تقسیم بر $x - 2$ را بیابید	۱/۵
۷	نمودار زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin(bx) + c$ است. ضابطه را کامل کنید.	۱/۵
		
۸	تابع سینوس و تانژانت را در ربع اول مقایسه کنید (کدام بزرگتر است)	۱/۵
۹	دامنه ی تابع $y = 2\sin 3x - \tan(\pi x + \frac{\pi}{6})$ را پیدا کنید	۱/۵
۱۰	معادلات زیر را حل کنید الف) $\cos 2x - 3\sin x + 4 = 0$ در $(-\pi, \frac{\pi}{2})$ ب) $\sqrt{3}\tan x - 1 = 0$	۱/۵

۱/۵	نمودار $y = \frac{1}{x+ x }$ را در اطراف مجانب قائمش رسم کنید .	۱۱
۱/۵	نمودار تابع $f(x) = \frac{(a+1)x+7}{2x+b}$ به شکل رو برو است مقادیر $b+a$ را پیدا کنید 	۱۲
۱/۵	حد های زیر را حساب کنید الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x]-1}{\sqrt{x^2-4}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-4}{(x-2)^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2+2x-15}{x^2+10x+25}$	۱۳
۱/۵	حدود زیر را حساب کنید . الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3} - x}{3x-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^2+5x+3x}}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sqrt{x+1}+\sqrt{4x-1}}{\sqrt{9x+2}-\sqrt{x+5}}$	۱۴
۱/۵	حدود زیر را با توجه به تابع $f(x)$ رسم شده بدست آورید .  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ آ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ ب $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$ پ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ت	۱۵
	موفق باشید	
	جمع بارم: ۲۰ نمره	



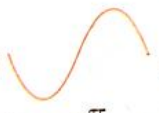
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
کلید سؤالات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

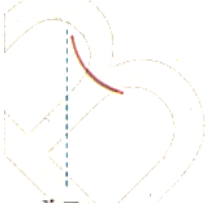


www.sarayedanesh.com

نام درس: مسابان ۲
نام دبیر: مرضیه بفتیاری
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۰۶
ساعت امتحان: ۸:۳۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) انقباض ب) صفر ج) π د) $(2k+\pi)$	
۲	الف) درست ب) درست ج) نادرست د) نادرست	
۳	بنابراین: $-2 = f\left(\frac{-2-2}{2}\right) - 1 \Rightarrow -1 = f(-2)$ حال با توجه به $y = -f(2x-1)$، داریم: $\begin{cases} f(-2) = -1 \\ f(2x-1) = -y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = -2 \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \\ -y = -1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ نقطه متناظر: $(-\frac{1}{2}, 1)$	
۴	ابتدا با استفاده از نمودار $y = f(-x+2)$، نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم: $y = f(-x+2)$ $\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طول‌ها}}$ $y = f(x+2)$ $\xrightarrow{\text{به راست، ۲ واحد}}$ $y = f(x)$ حل با توجه به نمودار $f(x)$ به دست آمده، نمودار تابع $y = f(2x+1)$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم: $y = f(x)$ $\xrightarrow{\text{طول نقاط، نصف}}$ $y = f(2x)$ $\xrightarrow{\text{چپ، یک واحد}}$ $y = f(2x+1)$	

طبق مطالب درسنامه داریم: $\log_a^x > \log_a^y \xrightarrow{a>1} x > y$ در این جا چون مبنا، یعنی عدد ۱۰، از یک بیش تر است، جهت نامساوی تغییر نمی کند: $\log(x+1) \leq \log(2x-3) \Rightarrow x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow 4 \leq x$ حال، دامنه را به دست می آوریم: $x+1 > 0 \Rightarrow x > -1, \quad 2x-3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$ از اشتراک محدوده های $x \geq 4$، $x > \frac{3}{2}$ و $x > -1$، مجموعه جواب به صورت بازه $[4, +\infty)$ حاصل می شود.	۵
چون بخت پذیر است، بنابراین باقی مانده تقسیم $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ بر $x+2$ و $x-1$ را برابر صفر در نظر می گیریم: $x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow P(-2)=0 \Rightarrow -8+4a-2b+2=0$ $\Rightarrow 4a-2b=6 \xrightarrow{\div 2} 2a-b=3$ $x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow P(1)=0 \Rightarrow 1+a+b+2=0 \Rightarrow a+b=-3$ با حل دستگاه زیر، a و b را به دست می آوریم: $\begin{cases} 2a-b=3 \\ a+b=-3 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 3a=0 \Rightarrow a=0 \Rightarrow b=-3$	۶
ماکزیمم و مینیمم تابع به ترتیب ۶ و -۲ است. بنابراین: $\begin{cases} a +c=6 \\ - a +c=-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} 2c=4 \Rightarrow c=2 \Rightarrow a =4$ فاصله بین ۳ تا ۶، برابر نصف دوره تناوب است: $\frac{1}{4}T = 6-3 \Rightarrow \frac{1}{4}T = 3 \Rightarrow T=12$ $\Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 12 \Rightarrow b = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ با شروع از محور y، نمودار نزولی و به صورت  است (حالت $\sin x$ فرینه $\sin x$)، پس $ab < 0$ و در نتیجه یا $a=4$ و $b=-\frac{\pi}{6}$ یا $a=-4$ و $b=\frac{\pi}{6}$ می شود. $\Rightarrow y = 4 \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 2 = -4 \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 2$	۷
تابع سینوس کمتر است	۸
$\pi x + \frac{\pi}{6} \neq k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x \neq k + \frac{1}{3}$ $\Rightarrow D_y = \mathbb{R} - \left\{k + \frac{1}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$	۹

الف $\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0 \Rightarrow (1 - 2 \sin^2 x) - 3 \sin x + 4 = 0$ $\Rightarrow -2 \sin^2 x - 3 \sin x + 5 = 0$ با تغییر متغیر $\sin x = t$، می‌توان معادله بالا را به معادله درجه دوم $-2t^2 - 3t + 5 = 0$ تبدیل کرد. جواب‌های این معادله $t = 1$ و $t = -\frac{5}{2}$ است. بنابراین جواب‌های معادله، از حل $\sin x = 1$ و $\sin x = -\frac{5}{2}$ به دست می‌آیند. از آن جاکه $\sin x = -\frac{5}{2}$ جواب ندارد (زیرا $-1 \leq \sin x \leq 1$ است). فقط جواب‌های معادله $\sin x = 1$ را به دست می‌آوریم: $\sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ جواب‌های معادله $\tan x = \tan \alpha$ به صورت $x = k\pi + \alpha$ هستند. بنابراین: $\sqrt{3} \tan x - 1 = 0 \Rightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{6}$ $\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, (k \in \mathbb{Z})$ ب	۱۰
در دو حالت $x > 0$ و $x \leq 0$، تابع را ساده می‌کنیم: تعریف نشده $\Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow x = -x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x - x} = \frac{1}{0}$ $x > 0 \Rightarrow x = x \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x + x} = \frac{1}{2x}$ بنابراین صابطه تابع به صورت $f(x) = \frac{1}{2x}; x > 0$ حاصل می‌شود. در نتیجه داریم: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ مخانب قائم}$ یس $x = 0$ مخانب قائم $y = f(x)$ است. چون همسایگی چپ $x = 0$ در دامنه قرار ندارد، پس نمودار به صورت مقابل می‌شود: 	۱۱
ریشه مخرج است: $2x + b = 0 \xrightarrow{x=-1} -2 + b = 0 \Rightarrow b = 2$ از طرفی چون $y = 2$ مخانب افقی تابع است حد تابع در بی‌نهایت برابر با ۲ است: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+1)x + 7}{2x + b} = 2$ جمله پرتوان $\Rightarrow a = 3$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+1)x}{2x} = 2 \Rightarrow \frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a+1 = 4$	۱۲

الف

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{(x - 1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{(x - 1)^2} = \frac{-1}{(0^-)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

ب

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x - 2)^2} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2}{x - 2} \\ &= \frac{4}{0^+} = +\infty \end{aligned}$$

ج

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 10x + 25} &= \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{(x + 5)(x - 3)}{(x + 5)(x + 5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-5)^-} \frac{x - 3}{x + 5} = \frac{-8}{0^-} = +\infty \end{aligned}$$

الف

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}{3x - 1} &\stackrel{\text{پرتوان}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2} - x}{3x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - x}{3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - x}{3x} = \frac{-2}{3} \end{aligned}$$

ب

در عبارت صورت کسر، درجه $3x$ از $\sqrt[3]{x}$ بیشتر و در عبارت زیر رادیکال، درجه x^2 از $5x$ بیشتر است. بنابراین:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x^2 + 5x + 3x}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 3x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{|x| + 3x} \end{aligned}$$

وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، $|x| = -x$ می شود، در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{-x + 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$$

ج

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sqrt{x+1} + \sqrt{4x-1}}{\sqrt{9x+2} - \sqrt{x+5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3\sqrt{x} + 2\sqrt{x}}{3\sqrt{x} - \sqrt{x}}$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} = \frac{5}{2}$	
$\bar{ا}) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ $\bar{پ}) \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 1$ $ب) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ $ت) \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$	۱۵
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره