نام و نام خانوادگی: .... مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی نام پدر: .... شماره داوطلب: .... تعداد صفحه سؤال: صفحه	جمهوری اسلامی ایران اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین آزمون میان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲	نام درس: هندسه ۳ نام دبیر: تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۸/۱۷ ساعت امتحان: صبح / عصر مدت امتحان: ۷۵ دقیقه

۱ دترمینان ماتریس زیر را به روش بسط و نیز به روش ساروس پیدا کنید.

$$\begin{matrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

۲ اگر $A=[a_{ij}]_{3\times 2}$ و $B=[b_{ij}]_{2\times 3}$ به صورت زیر معرفی شده باشند، $A\times B$ را بدست آورید.

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{cases} 2i-1 & i=j \\ i & i>j \\ 1-j & i<j \end{cases}$$

۳ ثابت کنید وارون هر ماتریس مربعی منحصر به فرد است.

۴ اگر $A=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ در این صورت اعداد حقیقی a,b,c,d را چنان بیابید که تساوی $|A|^2-5|A|+6=0$ برقرار باشد.

۵ به ازای چه مقادیری از K دستگاه جواب منحصر به فرد دارد؟

$$\begin{cases} 2x-ky=1 \\ 3x-(k+1)y=2 \end{cases}$$

۶ دترمینان ماتریس‌های زیر را به روش دلخواه محاسبه کنید.

$$B=\begin{bmatrix} \frac{6}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-2}{3} \end{bmatrix} \qquad A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

۷ اگر A ماتریسی 3×3 باشد و $|A|=4$ در این صورت $\big||A|A\big|$ را بیابید.

۸ Aماتریسی 3در 3 است که همه درآیه های آن برابر با -1 است.ماتریس A^6 را بیابید.

۹ اگر $A^3=2I$، آنگاه وارون ماتریس A-1 را به دست آورید.

۱۰ ماتریس $A=\begin{bmatrix} X-Y & Y+3 \\ Z-1 & Z+2 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است،ماتریس A^5 را بیابید.

۱۱ اگر $A=\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$، آنگاه وارون ماتریس (BA^{-1}) را به دست آورید.

ادامه سؤالات در صفحه دوم

ردیف	سـؤالات	بارم
۱۲	اگر $A=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ آنگاه ماتریس A^{10} را بیابید.	
۱۳	اگر $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ و $A^2=\alpha A+\beta I$، آنگاه α و β را بیابید.	

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
کلید سؤالات میان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۳ - ۱۴۰۲

نام درس:
نام دبیر:
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۸/
ساعت امتحان: صبح/ عصر
مدت امتحان: دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر

۱

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 2\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + (-1)\times(-1)^{2+3}\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -3+4-1=0$$

۲

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}_{3\times 2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -1 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

۳

$$\begin{matrix} AB=I \\ AC=I \end{matrix} \rightarrow AB=AC \xrightarrow{A^{-1}\times} A^{-1}(AB)=A^{-1}(AC) \rightarrow (A^{-1}A)B=(A^{-1}A)C$$

$$IB=IC$$

$$B=C$$

۴

$$|A|^2-5|A|+6=0 \rightarrow (|A|-2)(|A|-3)=0 \rightarrow \begin{cases} |A|=2 \\ |A|=3 \end{cases}$$

$$\rightarrow A=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad و \quad A=\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۵

$$\begin{cases} 2x-ky=1 \\ 3x-(k+1)y=2 \end{cases} \rightarrow \frac{2}{3} \neq \frac{k}{k+1} \rightarrow k\neq 2$$

۶

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 2\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + 1\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\rightarrow |A| = -14-1 = -15$$

۷

$$\big||A|A\big| = |A|^3\,|A| = |A|^4 = 4^4 = 256$$

جمع بارم : ۲۰ نمره	نام و نام خانوادگی مصحح :	امضاء:

۸ -

$A = \begin{bmatrix} -۱ & -۱ & -۱ \\ -۱ & -۱ & -۱ \\ -۱ & -۱ & -۱ \end{bmatrix} \to A^{۲} = \begin{bmatrix} ۳ & ۳ & ۳ \\ ۳ & ۳ & ۳ \\ ۳ & ۳ & ۳ \end{bmatrix} = -۳A$

$\to A^{۶} = (-۳)^{۵} A$

۹ -

$A^{۳} = ۲I \to A^{۳} - I = I \to (A - I)(A^{۲} + A + I) = I \to$

$(A - I)^{-۱} = A^{۲} + A + I$

۱۰ -

$A = \begin{bmatrix} x - y & y + ۳ \\ z - ۱ & z + ۲ \end{bmatrix} \to \begin{cases} y + ۳ = ۰ \to y = -۳ \\ z - ۱ = ۰ \to z = ۱ \end{cases}$

$\to A = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ ۰ & ۳ \end{bmatrix} \to A^{۵} = \begin{bmatrix} ۲۴۳ & ۰ \\ ۰ & ۲۴۳ \end{bmatrix}$

---

۱۱ -

$(BA^{-۱})^{-۱} = AB^{-۱} = \begin{bmatrix} -۲ & ۲ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۳ & -۱ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱۰ & ۴ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$

۱۲ -

$A = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \to A^{۲} = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \to A^{۳} = \begin{bmatrix} ۱ & -۳ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \to \dots \to$

$A^{۱۰} = \begin{bmatrix} +۱ & -۱۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$

۱۳ -

$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} \to A^{۲} = (۲+۱)A - (۲-۰)I =$

$۳A - ۲I \to \alpha = ۳$

$\beta = -۲$