

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دهم (ریاضی)

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران

دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: هندسه ۱

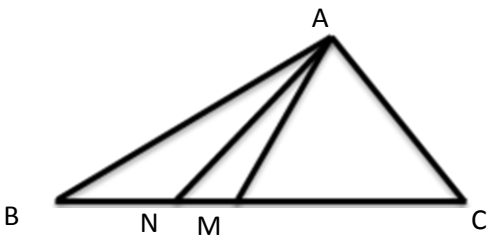
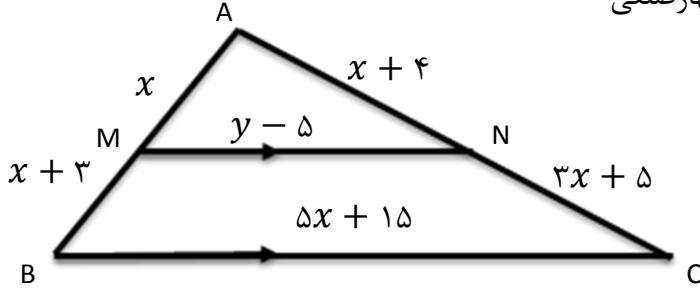
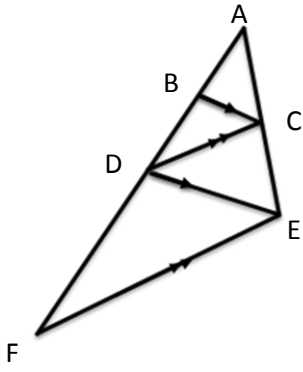
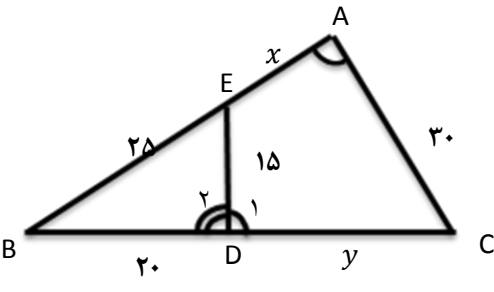
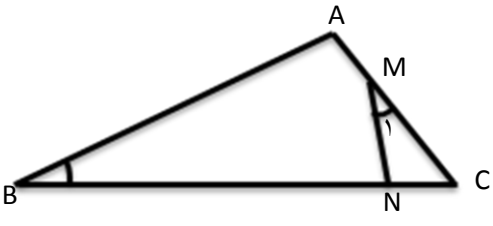
نام دبیر: استاد مودب

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۰۶

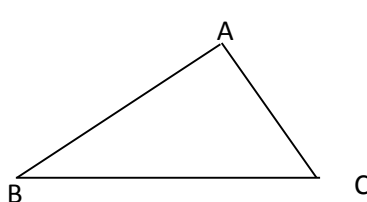
ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

محل مهر و امضا: مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:
تاریخ و امضا:	نمره به عدد:	نمره به حروف:
سؤالات	ع	ن
مفاهیم زیر را تعریف کنید:	۱	
الف) استدلال استنتاجی ب) عکس قضیه ج) میانگین هندسی	۱/۵	
جاهای خالی را در هر مورد طوری پر کنید که هر عبارت تبدیل به گزاره ای درست شود:	۲	
الف) اگر نقطه ای روی نیمساز یک زاویه قرار داشته باشد ب) به مثالی که نشان میدهد یک حکم کلی نادرست است ج) هرگاه دو مثلث با نسبت تشابه K، متشابه باشند، نسبت محیط های آنها و نسبت مساحت های آنها است.	۲	
قضیه: نیمساز های داخلی هر مثلث همرس اند.	۱/۲۵	۳
قضیه: اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبرو به زاویه بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبرو به زاویه کوچکتر	۱/۵	۴
مراحل رسم عمود منصف یک پاره خط را توضیح دهید.	۱/۵	۵
متوازی الاضلاعی با اضلاع ۳ و ۴ رسم کنید.	۱/۲۵	۶
مربعی با قطر ۴ رسم کنید.	۱/۲۵	۷
آیا احکام زیر درستند؟ چرا؟ الف) برای هر دو مجموعه A و B، $A \subseteq B$ یا $B \subseteq A$. ب) هر دو مثلث که مساحت های برابر داشته باشند، هم نهشتند.	۰/۵	۸
عکس قضیه زیر را نوشته و در صورت امکان، آنرا بصورت قضیه ی دوشرطی درآورید: ((اگر یک چهار ضلعی لوزی باشد، قطرهايش عمود منصف یکدیگرند.))	۰/۷۵	۹
صفحه ی ۱ از ۲		

۱		<p>در شکل روبرو M وسط BC بوده و $BM = 3MN$ در اینصورت $\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}}$ را بیابید.</p>	۱۰
۱/۵		<p>در شکل روبرو $MN \parallel BC$ است. محیط چهارضلعی MNCB را بیابید.</p>	۱۱
۱/۵		<p>در شکل مقابل $BC \parallel DE$ و $DC \parallel EF$. ثابت کنید $AD^2 = AB \times AF$</p>	۱۲
۱/۵		<p>در شکل روبرو اگر $\widehat{A} + \widehat{D}_1 = 180$ مقادیر x و y را بیابید.</p>	۱۳
۱/۵		<p>در شکل روبرو اگر M وسط AC بوده $\widehat{M}_1 = \widehat{B}$ ثابت کنید $AC^2 = 2BC \times NC$</p>	۱۴
۱/۵	<p>در یک مثلث قائم الزاویه طول قطعاتی که از رسم ارتفاع وارد بر وتر، روی وتر پدید آمده است، برابر $۳/۶$ و $۶/۴$ است. محیط و مساحت این مثلث را بیابید.</p>	۱۵	



ردی ف	راهنمای تصحیح محل مهر یا امضاء مدیر				
۱	<p>الف) استدلالی است که بر اساس نتیجه گیری منطقی بر پایه ی واقعیت هایی است که درستی آنها را پذیرفته ایم. ب) اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم، به آنچه حاصل می شود، عکس قضیه می گوئیم. ج) اگر طرفین یا وسطین یک تناسب شامل دو عدد برابر باشند مثل $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ نتیجه می گیریم $b^2 = ac$. در اینصورت b را واسطه هندسی بین a و c می نامیم.</p>				
۲	<p>الف) از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است. ب) مثال نقض می گوئیم. ج) برابر k - برابر k^2</p>				
۳	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center; vertical-align: middle;">فرض</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">سه نیمساز داخلی رسم شده</td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center; vertical-align: middle;">حکم</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">سه نیمساز در O متقاطعند</td> </tr> </table> <p>مطابق شکل نیمساز زاویه \hat{A} و \hat{B} متقاطعند، نیمساز زاویه \hat{C} را رسم کرده ایم. چون اضلاع AB و AC و BC متقاطعند، نیمساز زاویه های \hat{A} و \hat{B} هم متقاطعند. می دانیم هر نقطه (مثل O) روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله اند و بر عکس</p> $\left. \begin{array}{l} O \text{ روی نیمساز } \hat{A} \\ O \text{ روی نیمساز } \hat{B} \end{array} \right\} \rightarrow OH = OH \rightarrow O \text{ روی نیمساز } \hat{C} \text{ قرار دارد}$ <p>پس سه نیمساز در O متقاطعند.</p>	فرض	سه نیمساز داخلی رسم شده	حکم	سه نیمساز در O متقاطعند
فرض	سه نیمساز داخلی رسم شده				
حکم	سه نیمساز در O متقاطعند				
۴	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center; vertical-align: middle;">فرض</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">$\hat{B} < \hat{C}$</td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center; vertical-align: middle;">حکم</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">$AC < AB$</td> </tr> </table> 	فرض	$\hat{B} < \hat{C}$	حکم	$AC < AB$
فرض	$\hat{B} < \hat{C}$				
حکم	$AC < AB$				

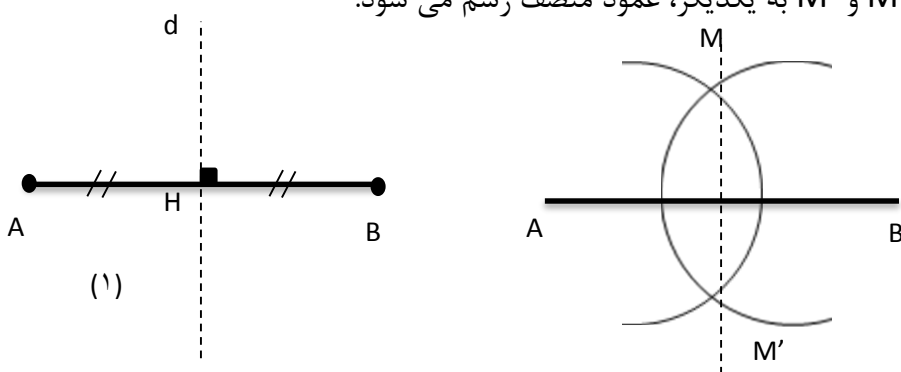
طبق برهان خلف، فرض می کنیم حکم درست نباشد یعنی $AC \not\leq AB$ پس دو حالت در نظر می گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} AC > AB \xrightarrow{\text{قضیه کتاب}} \widehat{B} > \widehat{C} \\ AC = AB \rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \end{array} \right\} \rightarrow \text{در هر دو حالت به خلاف فرض می رسیم}$$

حکم اصلی درست است \rightarrow

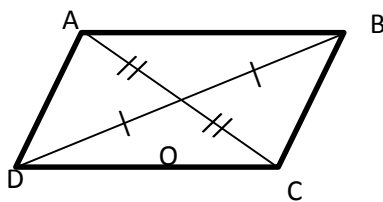
فرض می کنیم مسئله حل شده و طبق شکل (۱)، خط d عمود منصف پاره AB باشد.

می دانیم هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است و برعکس. برای رسم عمود منصف، به مراکز A و B و شعاع های مساوی و هر کدام بزرگتر از نصف AB ، کمانهایی میزنیم تا یکدیگر را در M و M' قطع کنند. با اتصال M و M' به یکدیگر، عمود منصف رسم می شود.

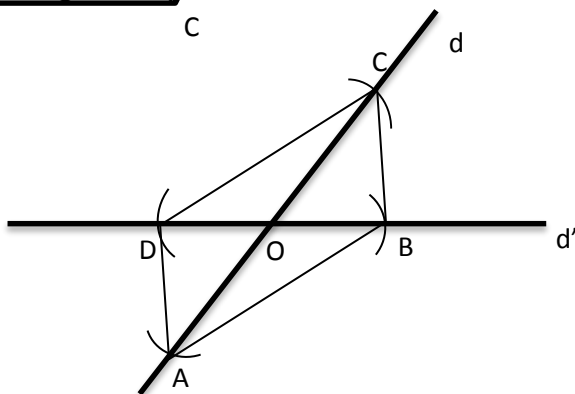


۵

می دانیم در یک متوازی الاضلاع قطرهای منصف یکدیگرند. بنابر این ابتدا دو خط متقاطع d و d' را رسم می کنیم سپس به مرکز O و شعاع نصف قطرهای داده شده کمانهایی می زنیم تا هر کدام از کمانها، یکی از خطوط را در دو نقطه قطع کند.



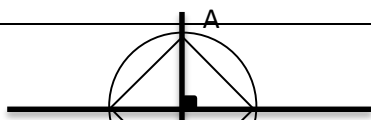
در این صورت چهار رأس متوازی الاضلاع حاصل می شود.



۶

می دانیم قطرهای مربع عمود منصف یکدیگرند. پس ابتدا دو خط عمود بر هم d و d' را رسم کرده سپس به مرکز O و شعاع $\frac{r}{2} = 2$ دایره ای می زنیم تا این دو خط در چهار نقطه قطع شوند. رئوس مربع حاصل می شود.

۷



$$D = //$$

$$// = B \quad d$$

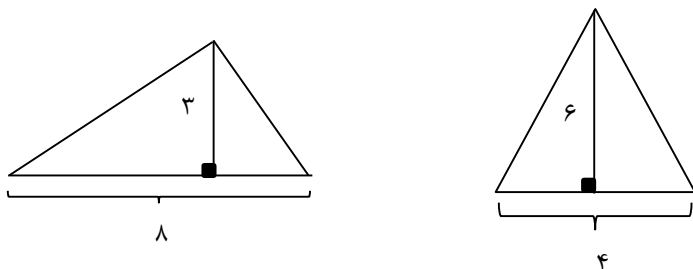
$$C$$

$$d'$$

الف) غلط مثال نقض: $A = \{a\}$ و $B = \{b\} \rightarrow A \not\subseteq B$ و $B \not\subseteq A$

ب) غلط نیستند مثال نقض: دو مثلث دوبرو مساحتی معادل $\frac{4 \times 6}{2} = \frac{3 \times 8}{2} = 12$ دارند ولی هم نهشت

۸



۹ $\sqrt{}$ قطرهايش عمود منصف يکديگرند $\Rightarrow ABCD$ لوزی است : قضيه

$\sqrt{}$ $ABCD$ لوزی است \Rightarrow قطرها عمود منصف يکديگرند : عکس قضيه

قضيه ی دو شرطی: $ABCD$ یک نوری است اگر و تنها اگر قطرهايش عمود منصف يکديگرند باشند.

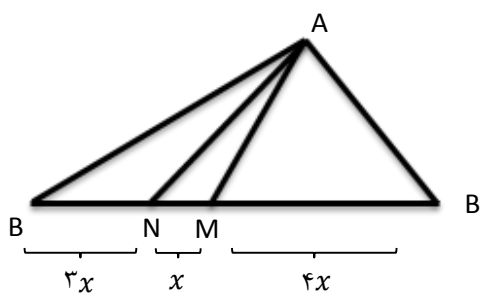
۹

مطابق شکل با فرض $MN=x$ نتیجه می گیریم

$$BM = 3MN = 3x \xrightarrow[\text{BC}]{\text{وسط } M} MC = 4x$$

و چون مثلثهای AMN و ABC در رأس A مشترک بوده و قاعده های BC و MN روی یک خط راست واقعند

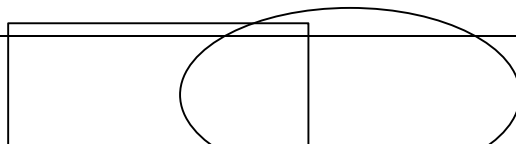
پس مساحت به نسبت قاعده ها تقسیم می شوند:



$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{BC}{MN} = \frac{3x + x + 4x}{x} = 8$$

۱۰

۱۱



تالس
 $MN \parallel BC$
 کسری سه
 $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{x}{x^2 + 3} = \frac{x + 4}{x^4 + 9} = \frac{y - 5}{x^5 + 15}$

$(2x + 3)(x + 4) = x(4x + 9)$
 $\rightarrow 2x^2 + 8x + 3x + 12 = 4x^2 + 9x$
 $\rightarrow -2x^2 + 2x + 12 = 0$
 $\xrightarrow{\div(-2)} x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow x = 3, -2$

$\frac{x + 4}{4x + 9} = \frac{y - 5}{5x + 15} \xrightarrow{x=3} \frac{7}{21} = \frac{y - 5}{30}$
 $\rightarrow y - 5 = 10 \rightarrow y = 15$

$\rightarrow \text{محيط } MNBC = 9x + 23 + y - 5 = 50$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $3 \quad 5$

$\Delta ADE: BC \parallel DE$ تالس $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ ①
 جزء به کل

$\Delta AEF: DC \parallel EF$ تالس $\frac{AD}{AF} = \frac{AC}{AE}$ ②
 جزء به کل

1,2 $\rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AF} \rightarrow AD^2 = AB \times AF$

۲۱

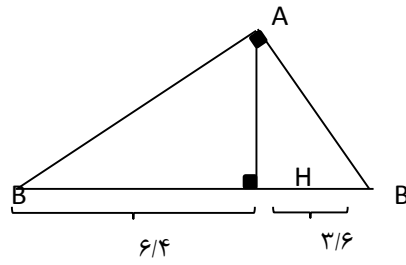
$\Delta EBD \cong \Delta ABC: \begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{E} = \hat{C} \end{cases} \rightarrow \text{دو مثلث متشابه} \rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{BE} \rightarrow \frac{x + 25}{20} = \frac{30}{15} = \frac{y + 20}{25}$
 $\rightarrow x = 15, y = 30$

۱۳

$\Delta ABC \cong \Delta MNC: \begin{cases} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{M} = \hat{B} \\ \hat{N} = \hat{A} \end{cases} \rightarrow \text{دو مثلث متشابه} \rightarrow \frac{AC}{NC} = \frac{BC}{MC} = \frac{AB}{MN}$

$\frac{AC}{NC} = \frac{BC}{AC} \rightarrow AC \times \frac{AC}{2} = NC \times BC \rightarrow AC^2 = 2NC \times BC$

۱۴



$$AH^2 = BH \times CH = 6/4 \times 3/6 = 64 \times 36 \times \frac{1}{100} \rightarrow AH = 8 \times 6 \times \frac{1}{10} = 4/8$$

$$AB^2 = BH \times BC = 6/4(6/4 + 3/6) = 64 \rightarrow AB = 8$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \rightarrow 10^2 = 8^2 + AC^2 \rightarrow AC = 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{\text{محيط}}^{ABC} = AB + AC + BC = 8 + 6 + 10 = 24 \\ S_{\Delta}^{ABC} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{4/8 \times 10}{2} = 24 \end{array} \right.$$

۱۵

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰نمره