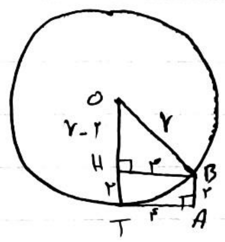
نام و نام خانوادگی: ....
مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
نام پدر: ....
شماره داوطلب: ....
تعداد صفحه سؤال: ..... صفحه

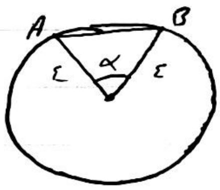
جمهوری اسلامی ایران
اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه دو تهران
دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
آزمون **پایان** ترم **نوبت اول** سال تحصیلی **۱۴۰۲ -۱۴۰۱**

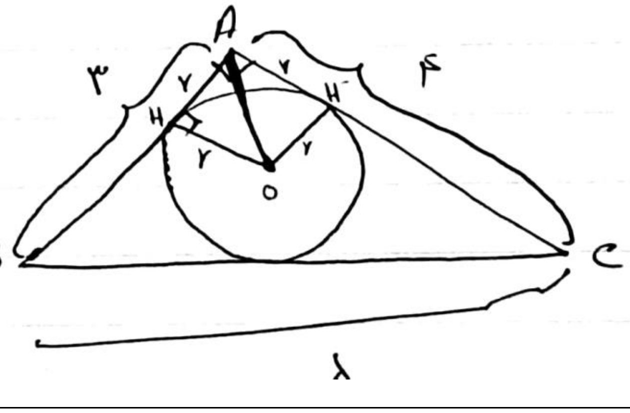
نام درس: هندسه(۲)
نام دبیر: **اسکندری**
تاریخ امتحان: ...... / ....../ ۱۴۰۱
ساعت امتحان: .... : .... صبح/ عصر
مدت امتحان :۷۵ دقیقه

۲	نمره تجدید نظر به عدد: نمره به حروف:	محل مهر و امضاء مدیر
نام دبیر: تاریخ و امضاء:	نام دبیر: محسن شکاری تاریخ و امضاء:	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	① فاصله‌ی نزدیکترین نقطه‌ی خط d از مرکز دایره‌ی C طول خط عمودی است که از O بر خط d وارد می‌شود. اگر H عمود از نقطه‌ی O بر خط d باشد، پس $OH = 3\sqrt{2}$. خط d دایره را در دو نقطه ← $OH < r$ ← $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$ قطع میکند.	۲
۲	②  $\square ABHT \to HT = BA = 2$ و $BH = AT = 4$ ⟹ $OH = r - 2$. $\overset{\triangle}{OBH}$ قائم‌الزاویه $\to OB^2 = OH^2 + BH^2 \to r^2 = (r-2)^2 + 4^2 \to r^2 = r^2 - 4r + 4 + 16 \to 4r = 20 \to r = 5$	۲

۲	(۳) $OA = AM = 2 \to \overset{\triangle}{OAM}$ متساوی‌الساقین $\to A\hat{O}M = \alpha$. $B\hat{A}O$ زاویه خارجی $\overset{\triangle}{OAM} \to B\hat{A}O = A\hat{O}M + \hat{M} = \alpha + \alpha = 2\alpha$ $OA = OB \to \overset{\triangle}{OAB}$ متساوی‌الساقین و $O\hat{B}A = O\hat{A}B = 2\alpha$ و $B\hat{O}C$ زاویه خارجی $\overset{\triangle}{OMB} \to \beta = 2\alpha + \alpha \to \beta = 3\alpha \to \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{3}$	۳
۲	(۴) کمان‌های محصور بین دو وتر موازی در یک دایره برابرند. پس $\overset{\frown}{AF} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DE} = m . \to 3m + 65 + 45 + 100 = 360$ $\to m = 50° \to F\hat{C}D = \frac{1}{2} \overset{\frown}{FED} = \frac{1}{2}(100 + 50) =$ 75	۴
۲	(۵) $\hat{M}$ زاویه بین امتداد دو وتر و $A\hat{N}C$ زاویه‌ی بین دو وتر متقاطع $A\hat{N}C = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD})$, $\hat{M} = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{BD}) \to$ $\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{BD} = 182°$, $\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{BD} = 62° \to \overset{\frown}{BD} = 60°$ $\alpha = \hat{A} = \frac{1}{2} \overset{\frown}{BD} = 30°$	۵
۲	(۶) طول مماس‌های رسم شده بر دایره از یک نقطه با هم برابرند $\to$ $CE = CB = 4$ $DE = DA = 9$ $A + B + C + D = 360° \to 90 + 90 + C + D = 360°$ DO و CO به ترتیب نیمسازهای زاویه‌های D و C هستند پس $\hat{D}_1 + \hat{C}_1 = 90°$ یعنی $\overset{\triangle}{OCD}$ قائم‌الزاویه است. $OE^2 = DE \times CE \to r^2 = 9 \times 4 = 36 \to r = 6$	۶

۲	۷) شعاع دو دایره را r_1 و r_2 می‌گیریم $(r_1 > r_2)$ طول مماس مشترک خارجی دو دایره ی مماس خارج برابر $2\sqrt{r_1 r_2}$ است. پس $2\sqrt{r_1 r_2} = \sqrt{3}\, r_1$ $4 r_1 r_2 = 3 r_1^2 \Rightarrow 4 r_2 = 3 r_1 \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{3}$	۷
۲	۸) دوازده ضلعی منتظم از ۱۲ مثلث هم‌نهشت مانند OAB تشکیل شده. اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی مقابل به کمان AB برابر است با $\alpha = \frac{360}{12} = 30^\circ$ $S_{\text{دوازده ضلعی منتظم}} = 12 S_{OAB} = 12 \times \left(\frac{1}{2} \times OA \times OB \times \sin 30\right) = 12 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2}\right)$ $= 48$  	۸
۲	۹) $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$, $p = \frac{1}{2} \times (13 + 12 + 5) = 15 \rightarrow r = \frac{S}{p}$ $= \frac{30}{15} = 2$ $AH_2 = p - a = 15 - 13 = 2$, $BH_1 = p - b = 15 - 12 = 3$ $CH_1 = p - c = 15 - 5 = 10$ $\Delta OAH_2 : OA = \sqrt{AH_2^2 + OH_2^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ $\Delta OBH_1 : OB = \sqrt{BH_1^2 + OH_1^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ $\Delta OCH_1 : OC = \sqrt{CH_1^2 + OH_1^2} = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$	۹

۲	۱۰) فرض — O مرکز دایره‌ی محاطی داخلی مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC و r شعاع آن است. از مرکز دایره به نقطه‌ی تماس H و H' وصل می‌کنیم در این صورت چهارضلعی AHOH' مربعی به طول ضلع r است. اگر S مساحت مثلث و 2P محیط آن باشد پس $r=\frac{S}{P}$ پس در مثلث ABC، $r=\frac{S}{P}=\frac{\frac{1}{2}(3)(4)}{\frac{3+4+5}{2}}$ برابر می‌شود با $\frac{6}{6}=1$. اگر از رأس A به O وصل کنیم تا دایره‌ی محاطی داخلی را در نقطه‌ی D قطع کند، آنگاه طول AD برابر فاصله‌ی A تا نزدیک‌ترین نقطه‌ی دایره است. پس: $r=1 \Rightarrow OA^2=AH^2+OH^2=1+1=2$ $OA=\sqrt{2}$ بنابراین $AD=OA-OD \xrightarrow{OD=r=1} AD=\sqrt{2}-1$ 	۱۰

جمع بارم : ۲۰ نمره