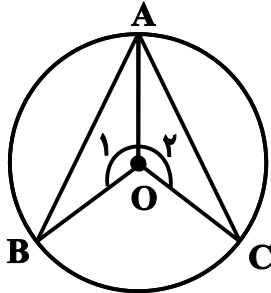
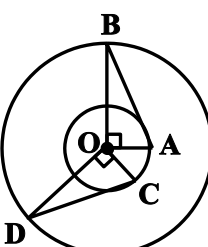


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: هشتم  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۱۱ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد انقلاب  
 آزمون میان ترم نوبت دوم سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: ریاضی هشتم  
 نام دبیر: فاطمه راسخ  
 تاریخ امتحان: ۱۳۰۱/۰۱/۰۱  
 ساعت امتحان: ۷:۳۰ صبح  
 مدت امتحان: ۷۰ دقیقه

شماره سؤال	نمره به عدد: نمره به حروف:		نام دبیر:	تاریخ و امضا:
	نمره به عدد:	نمره به حروف:		
	محل مهر و امضا: مدیر			
شماره سؤال	سؤالات			شماره
1	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) عدد <math>\sqrt{59}</math> بین دو عدد 7 و 8 قرار دارد.</p> <p>ب) اگر ضلع مکعبی را 2 برابر کنیم، حجم آن 8 برابر می شود.</p> <p>پ) مثلث با اضلاع 2، <math>\sqrt{6}</math> و <math>\sqrt{10}</math> مثلث قائم الزاویه است.</p> <p>ت) <math>(2^3)^4</math> و <math>2^{3^4}</math> با یکدیگر مساوی هستند.</p>			1
2	<p>به سؤالات چهارگزینه ای زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) کدام دسته از اعداد داده شده زیر اضلاع یک مثلث قائم الزاویه هستند؟</p> <p>(1) 13، 5، 12 (2) 3، 15، 12 (3) 6، 5، 4 (4) 6، 5، 3</p> <p>ب) حاصل عبارت <math>\frac{2^5 \cdot 3^4}{2^2 \cdot 3^6} - \frac{2^4 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^4}</math> کدام است؟</p> <p>(1) <math>\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^4}</math> (2) <math>\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2}</math> (3) <math>\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2}</math> (4) <math>\frac{2^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2}</math></p>			2
1/5	<p>از نقطه <math>A = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}</math> بردار <math>\vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}</math> و از ادامه آن بردار <math>\vec{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}</math> را رسم کنید. سپس بردار <math>\vec{AC}</math> را مشخص کنید و مختصات آن را بنویسید.</p>			3
2	<p>معادله های مختصاتی زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ x + y = 2 \end{cases}</math></p> <p>ب) <math>\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 2</math></p>			4

2	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\vec{r} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}</math></p> <p>ب) <math>\vec{r} = \vec{i} + 5\vec{j} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}</math></p>	5
1/5	<p>یک لوزی داخل دایره‌ای به شعاع 4 سانتی‌متر طوری رسم شده که همه رأس‌های آن روی دایره است. اندازه هر ضلع لوزی چند سانتی‌متر است؟</p>	6
1/5	<p>در شکل زیر می‌دانیم <math>\angle A = \angle B = 130^\circ</math> است. ثابت کنید دو مثلث با یکدیگر هم‌نهشت هستند. (O مرکز دایره است.)</p> 	7
1/5	<p>الف) در شکل زیر چرا دو مثلث OAB و OCD هم‌نهشتند؟ حالت هم‌نهشتی را بنویسید. ب) زاویه A با کدام زاویه مساوی است؟</p> 	8
1	<p>مقدار x در معادله توانی <math>4^{x+1} + 8 = 40</math> چند است؟</p>	9
2	<p>حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.</p> <p>الف) <math>\frac{1.8 \cdot 5^3}{5^7 \cdot 1.4} =</math></p> <p>ب) <math>\frac{(4^2 \cdot 3)^6 \cdot 14^7}{(28^7 \cdot 2^7)^2 \cdot (65 \cdot 25)}</math></p>	10

1	بین دو عدد $\sqrt{21} + 3$ و $3 - \sqrt{21}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟	11
1	جذر عدد 88 را تا یک رقم اعشار پیدا کنید.	12
1	عدد $\sqrt{10} - 2$ را روی محور اعداد نشان دهید.	13
1	<p>حاصل عبارت زیر را محاسبه کنید.</p> $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{61 + \sqrt{5 + \sqrt{6 + 5\sqrt{1 + 3\sqrt{2 - 1}}}}}}}}}} =$	14

جمع بارم : 20 نمره



ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
1	<p>الف) درست</p> <p>ب) درست</p> <p>پ) نادرست</p> <p>ت) نادرست</p>	$x + x = 2x$ $x \times x = x^2$
2	<p>الف) گزینه «1»</p> <p>ب) گزینه «2»</p>	<p>فقط اعداد گزینه «1» در رابطه <math>c^2 = a^2 + b^2</math> صدق می کنند.</p> $13^2 = 12^2 + 5^2$
3		<p><math>\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}</math></p> $\rightarrow \overline{AC} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-4 \\ 2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$
4		<p>الف) <math>4 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = 6 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + 2\vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} 4 \times 2 \\ 4 \times (-1) \end{bmatrix} - 2\vec{x} =</math></p> <p><math>\begin{bmatrix} 6 \times 2 \\ 6 \times (-1) \end{bmatrix} + 2\vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 12 \\ -6 \end{bmatrix} + 2\vec{x}</math></p>

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 \\ -6 \end{bmatrix} = 2\vec{x} + 2\vec{x} \rightarrow \begin{bmatrix} 8-12 \\ -4+6 \end{bmatrix} = 4\vec{x}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} = 4\vec{x} \rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{4} \\ \frac{2}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \end{bmatrix} - \frac{\vec{x}}{2} = 2 \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 8 \times \frac{1}{2} \\ 10 \times \frac{1}{2} \end{bmatrix} - \frac{\vec{x}}{2} = \begin{bmatrix} 2 \times 4 \\ 2 \times 6 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} - \frac{\vec{x}}{2} = \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix} \rightarrow -\frac{\vec{x}}{2} = \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow -\frac{\vec{x}}{2} = \begin{bmatrix} 8-4 \\ 12-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} \rightarrow -\frac{\vec{x}}{2} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{x} = (-2) \times \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -14 \end{bmatrix}$$

$$\text{الف) } -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} - 2\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} - 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} - 3\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow -3\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5+2 \\ 1-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب) } 2 \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = \vec{i} + 5\vec{j} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \times (-2) \\ 2 \times 3 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} - 2\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \rightarrow -2\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+4 \\ 5-6 \end{bmatrix}$$

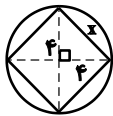
$$= \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

5

شکل موردنظر را رسم کرده و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$x^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$$

$$\rightarrow x = \sqrt{32}$$



x همان طول لوزی است.

6

به حالت دو ضلع و زاویه بین:

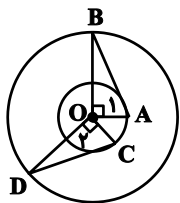
$$\left. \begin{array}{l} \overline{OB} = \overline{OC} \\ \overline{OA} = \overline{OA} (\neq 0 \neq \emptyset) \\ O_1 = O_2 = 130^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array} \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array} \rightarrow OAB \cong OAC \\ S_{1e} \cong M$$

7

به حالت دو ضلع و زاویه بین:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OC} \\ \overline{OB} = \overline{OD} \\ O_1 = O_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array} \begin{array}{l} \square \\ \square \\ \square \end{array} \rightarrow OAB \cong ODC$$

8



برای حل معادلات توانی، ابتدا اعداد معلوم را یک طرف مساوی و اعداد توان دار مجهول را در طرف دیگر تساوی قرار می دهیم. سپس پایه ها را در 2 طرف تساوی یکسان می کنیم:

$$4^{x+1} + 8 = 40 \rightarrow 4^{x+1} = 40 - 8 \rightarrow 4^{x+1} = 32$$

$$\rightarrow (2^2)^{x+1} = 2^5$$

$$\rightarrow 2^{2x+2} = 2^5$$

$$\rightarrow 2x + 2 = 5 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

دو عدد توان دار با پایه های مساوی هستند، توان آن ها نیز باید برابر باشد.

9

$$\frac{1.8 \times 5^3}{5^7 \times 1.4} = \frac{1.(8-4)}{5.(7-3)} = \frac{1.4}{5^4} = \left(\frac{1}{5}\right)^4 = 2^4$$

$$\frac{(4 \times 3)^6 \times 14^7}{(28^7 \div 2^7) \times (6^5 \times 2^5)} = \frac{12^6 \times 14^7}{14^7 \times 12^5}$$

$$= \frac{12^6}{12^5} = 12^6 - 5 = 12$$

(الف)

(ب)

10

$$\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25} \rightarrow 4 < \sqrt{21} < 5$$

$$\rightarrow 3+4 < 3+\sqrt{21} < 3+5 \rightarrow 7 < 3+\sqrt{21} < 8 \quad (1)$$

$$-5 < -\sqrt{21} < -4 \rightarrow 3-5 < 3-\sqrt{21} < 3-4$$

$$\rightarrow -2 < 3-\sqrt{21} < -1 \quad (2)$$



9 عدد  $\Rightarrow -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  اعداد صحیح بین  $3 - \sqrt{21}$  و  $3 + \sqrt{21}$

11

$$\sqrt{81} < \sqrt{88} < \sqrt{100} \rightarrow 9 < \sqrt{88} < 10$$

با نصف کردن فاصله بین 9 و 10 مشخص می شود که:

$$9/5 \times 9/5 = 90/25$$

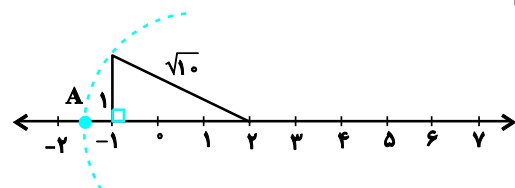
پس  $\sqrt{88}$  کوچک تر از  $9/5$  است.

12

$j k \emptyset$	$9/1$	$9/2$	$9/3$	$9/4$
$m n \parallel$	$82/81$	$84/64$	$86/49$	$88/36$

$$\sqrt{88} \square 9/4$$

از نقطه 2 یک مثلث قائم الزاویه با اضلاع 3 و 1 رسم می کنیم و به سمت چپ کمان می زنیم.



$$A = 2 - \sqrt{10}$$

$$\sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1^2}$$

13

برای محاسبه رادیکال های تو در تو، از داخلی ترین رادیکال شروع می کنیم:

14

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{61+\sqrt{5+\sqrt{6+5\sqrt{1+3\sqrt{2-1}}}}}}}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{61+\sqrt{5+\sqrt{6+5\sqrt{4}}}}}}}} =$$

$$= \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{61+\sqrt{5+\sqrt{6+1}}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{61+\sqrt{5+\sqrt{16}}}}} =$$

$$= \sqrt{\sqrt{\sqrt{61+\sqrt{9}}} = \sqrt{\sqrt{64}} = 8$$