

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد
 آزمون ترم اول سال تمصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: گسسته
 نام دبیر: آقای عبدالهیان
 تاریخ امتحان: ۲۲ / ۱۰ / ۱۴۰۰
 ساعت امتحان: ۱۱:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۶۰ دقیقه

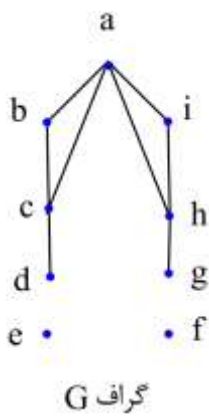
محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱/۵	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست مثال نقض ارائه کنید. الف) حاصلضرب هر دو عدد گنگ عددی گنگ است. ب) اگر عددی بر ۳ بخش پذیر نباشد مربع آن را می توان به صورت $3k + 1$ نوشت.	۱
۲	اگر x و y اعداد حقیقی باشند ثابت کنید: $\frac{x+y}{4x-y} \geq \frac{y}{2x}$	۲
۲	اگر $a \in \mathbb{Z}$ و $a 11x + 2$ و $a 3x - 1$ ثابت کنید $a = 1$ یا $a = 17$.	۳
۲	باقیمانده تقسیم عدد a بر ۷ برابر ۳ و بر ۸ برابر ۵ است باقیمانده تقسیم a بر ۵۶ چند است؟	۴
۱	حاصل $[(403, 341), 77]$ چند است؟	۵
۲	باقیمانده تقسیم عدد $12 + 3^{101}$ بر عدد ۱۳ چند است؟	۶
۱	اگر اولین روز سالی چهارشنبه باشد ۱۵ آبان همان سال چه روزی از هفته است؟	۷
۲	معادله هم نهشتی $5x \equiv 3 \pmod{13}$ را حل کنید؟	۸
۱/۵	با وزنه های ۴ و ۷ کیلوگرمی می خواهیم وزنه ای به جرم ۴۳ کیلوگرم را وزن کنیم بطوریکه وزنه ها در یک کفه ترازو قرار گیرند اینکار به چند طریق امکان پذیر است؟	۹
۲/۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) به تعداد یال های متصل به هر راس آن راس گفته می شود. ب) گراف G از مرتبه ۱۶ است در این گراف تعداد رئوس فرد و تعداد رئوس زوج است. پ) اندازه هر گراف کامل از مرتبه P برابر است. ت) گراف G را همبند می نامیم هرگاه بین هر دو راس دلخواه از آن حداقل وجود داشته باشد.	۱۰

گراف G به صورت زیر تعریف شده است به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) مرتبه و اندازه گراف G چقدر است؟

ب) \deg_G^h و $N_G(a)$ و $N_G[c]$

پ) یک دور به طول ۳ و یک مسیر به طول ۵ در این گراف بنویسید.



موفق باشید - امیرحسین عبداللهیان



ردیف	پاسخ سوالات	بارم
۱	<p>(الف) $x = \sqrt{2} \in Q^c, y = \sqrt{8} \in Q^c \Rightarrow x \times y = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4 \in Q$</p> <p>(ب)</p> <p>$3 \nmid a \rightarrow a \neq 3k \rightarrow$</p> $\begin{cases} a = 3k + 1 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 6k + 1 \rightarrow a^2 = 3(\underbrace{3k^2 + 2k}_{k'}) + 1 \rightarrow a^2 = 3k' + 1 \\ a = 3k + 2 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 12k + 4 \rightarrow a^2 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 \rightarrow a^2 = 3k'' + 1 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">۳ + ۱</p> <p>می دانیم که اگر عددی بر ۳ بخش پذیر نباشد پس باقیمانده آن بر ۳ برابر ۱ یا ۲ است یعنی به صورت $3k + 1$ و $3k + 2$ می توان آن را نوشت.</p>	
۲	$\frac{x+y}{4x-y} \geq \frac{y}{2x} \Leftrightarrow 2x(x+y) \geq y(4x-y) \Leftrightarrow 2x^2 + 2xy \geq 4xy - y^2$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2xy - 4xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + (x^2 - 2xy + y^2) \geq 0$ <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">$x^2 + x^2$</p> <p>$\Leftrightarrow x^2 + (x-y)^2 \geq 0$ همواره درست</p>	
۳	$\left. \begin{array}{l} a \mid 11x + 2 \xrightarrow{\times 3} a \mid 33x + 6 \\ a \mid 3x - 1 \xrightarrow{\times 11} a \mid 33x - 11 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کم}} a \mid 17 \rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 17$	
۴	$\left. \begin{array}{l} a = 7q + 3 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56q + 24 \\ a = 8q' + 5 \xrightarrow{\times 7} 7a = 56q' + 35 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کم}} a = 56(q - q') - 11 \rightarrow$ <p style="text-align: center;">$q'' \quad -56 + 45$</p> <p>$a = 56q'' - 56 + 45 \rightarrow a = 56(q'' - 1) + 45 \rightarrow a = 56k + \boxed{45} \rightarrow$ باقیمانده</p> <p style="text-align: center;">k</p>	

ادامه پاسخ سوالات

ردیف

بارم

	$403 = 13 \times 31$ $\Rightarrow (403, 341) = 31 \rightarrow [31, 7 \times 11] = 7 \times 11 \times 31 = 2387$ $341 = 11 \times 31$	۵														
	$\left. \begin{array}{l} 3^3 = 27 \\ 2 \times 13 = 28 \end{array} \right\} \rightarrow 3^3 \equiv 1 \xrightarrow{\dots} 3^{99} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{101} \equiv 9 \xrightarrow{+12} 3^{101} + 12 \equiv 21$ $\rightarrow 3^{101} + 12 \equiv \boxed{8} \rightarrow \text{باقیمانده}$	۶														
	<p>ابتدا جدولی درست می‌کنیم که در آن چهارشنبه را برابر صفر قرار می‌دهیم و یک هفته کامل را عدد گذاری می‌کنیم و سپس از روز داده شده تا روز خواسته شده تعداد روزها را محاسبه می‌کنیم به غیر از روز اول و عدد حاصل را بر ۷ تقسیم کرده و باقیمانده از جدول مشخص می‌کند که چند شنبه است.</p> <table border="1" data-bbox="177 748 1241 862"> <thead> <tr> <th>سه‌شنبه</th> <th>دوشنبه</th> <th>یکشنبه</th> <th>شنبه</th> <th>جمعه</th> <th>پنج‌شنبه</th> <th>چهارشنبه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۶</td> <td>۵</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>۲</td> <td>۱</td> <td>۰</td> </tr> </tbody> </table> <p>آبان مهر شهریور مرداد تیر خرداد اردیبهشت</p> $30 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 30 + 15 = 230 \xrightarrow{\div 7} 230 \equiv 6 \rightarrow \text{سه شنبه است}$ <p>فروردین</p>	سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه	پنج‌شنبه	چهارشنبه	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	۷
سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه	پنج‌شنبه	چهارشنبه										
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰										
	<p>روش اول:</p> $5x \equiv 3 \xrightarrow{\times 3} 15x \equiv 9 \rightarrow \cancel{13x} + 2x \equiv \cancel{13} - 4 \rightarrow 2x \equiv -4 \xrightarrow{\div 2} \xrightarrow{(2,13)=1}$ $x \equiv -2 \rightarrow \boxed{x = 13k - 2}$ <p>روش دوم:</p> $5x \equiv 3 \xrightarrow{+} \xrightarrow{13 \times 4} 5x \equiv 4 \times 13 + 3 \rightarrow 5x \equiv 55 \xrightarrow{\div 5} \xrightarrow{(5,13)=1} x \equiv 11 \equiv -2$ $\boxed{x = 13k + 11} \text{ یا } \boxed{x = 13k - 2}$	۸														
	$4x + 7y = 43 \rightarrow 4x \equiv 43 \equiv 1 \rightarrow 4x \equiv 1 \rightarrow 4x \equiv 8 \xrightarrow{\div 4} \xrightarrow{(4,7)=1} x \equiv 2 \rightarrow \boxed{x = 7k + 2}$ $4(7k + 2) + 7y = 43 \rightarrow 28k + 8 + 7y = 43 \rightarrow 7y = 35 - 28k \xrightarrow{\div 7} \boxed{y = 5 - 4k}$ $x \geq 0 \rightarrow 7k + 2 \geq 0 \rightarrow k \geq -\frac{2}{7}$ $y \geq 0 \rightarrow 5 - 4k \geq 0 \rightarrow k \leq \frac{5}{4}$ <p>به دو طریق امکان پذیر است</p> $\left\{ \begin{array}{l} k = 0 \\ k = 1 \end{array} \right.$	۹														

ردیف	ادامه پاسخ سوالات	بارم
۱۰	الف) درجه راس ت) یک مسیر ب) زوج - زوج	$\frac{P(P-1)}{2}$ (پ)
۱۱	الف) $p = q$ ب) $\deg_G^h = 3$ پ) $abca$: دور به طول ۳	$q = 8$ $N_G(a) = \{b, c, g, h\}$ $N_G = [c] = \{c, d, a, b\}$ $dcbagh$: مسیر به طول ۵