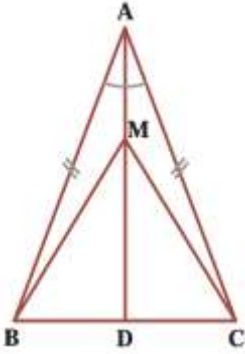


نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: متوسطه اول / پایه نهم
 نام کلاس:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
 دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد مرزداران
 امتحانات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴
 www.sarayedanesh.com
 021-2936

نام درس: ریاضی ۳
 نام دبیر: آقای حاجی
 تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۰/۱۷
 ساعت امتحان: ۹:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نمره به عدد:		نمره به حروف:		نمره به عدد:		نمره به حروف:	
نام دبیر:		تاریخ و امضاء:		نام دبیر:		تاریخ و امضاء:	
محل مهر و امضاء مدیر							
ردیف	سؤالات						ردیف
۲/۵	صحيح يا غلط بودن جملات زیر را مشخص کنید . الف) مجموعه اعداد گویا زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی است.(صحيح / غلط) ب) اگر a و b اعداد حقیقی مثبت باشند، آنگاه $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ (صحيح / غلط) پ) در یک استدلال هندسی، اگر از یک فرض نادرست نتیجه درست به‌دست آید، آن استدلال لزوماً صحيح است.(صحيح / غلط) ت) اگر $a^3 = b^3$ و a, b اعداد حقیقی باشند، آنگاه $a = b$ (صحيح / غلط) ث) اجتماع دو مجموعه تهی برابر مجموعه تهی است(صحيح / غلط)						۱
۲/۵	الف) کدام گزینه نشان‌دهنده نمایش مجموعه اعداد صحيح بين -2 و 4 به‌صورت مجموعه است؟ (۱) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ (۲) $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ (۳) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ (۴) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ب) مقدار $\sqrt{81} \times 3^{-2}$ برابر است با : (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۹ پ) اگر در مثلثی، دو زاویه برابر باشند و سوم 40° باشد، نوع مثلث چیست؟ (۱) متساوی‌الاضلاع (۲) متساوی‌الساقین (۳) قائم‌الزاویه (۴) حاده زاویه ت) کدام عبارت معادل $\sqrt{(x^2)^3}$ است (برای $x \geq 0$) ؟ (۱) x^3 (۲) x (۳) $x^{\frac{3}{4}}$ (۴) $x^{\frac{1}{3}}$ ث) اگر A و B دو مجموعه ناهم‌پوشان باشند و $B =4, A =3$ ، آنگاه $A \cup B$ برابر است با : (۱) ۱ (۲) ۷ (۳) ۱۲ (۴) صفر						۲
صفحه ی ۱ از ۳							

ردیف	ادامه ی سؤالات	نمره
۲/۵	الف) مجموعه اعداد حقیقی را با نماد نمایش می دهیم. ب) اگر $a \neq 0$ و $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$، آنگاه $a^5 \cdot a^{-2} =$ _ پ) اگر $A = \{1,2,3\}$ و $B = \{2,3,4\}$، آنگاه $A \cap B =$ _ ت) معکوس عدد 5 برابر است. ث) در یک استدلال هندسی، اگر از فرض «دو خط موازی اند» نتیجه «زاویه های متناظر برابرند» گرفته شود، نوع استدلال را می نامیم.	۳
۰/۷۵	تعریف مجموعه تهی را بنویسید و یک مثال بیاورید.	۴
۰/۷۵	عدد $-\frac{27}{8}$ را به صورت توان با پایه مثبت و نمای کسری بنویسید (ریشه سوم را به کار ببرید).	۵
۰/۵	اگر $x^2 = 49$ ، مقادیر ممکن x را بنویسید.	۶
۱/۵	نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده، برابر است $MB=MC$ 	۷
۱	ساده کنید: $\left(\frac{x}{y}\right)^{-5} \times \left(\frac{x}{y}\right)^3 =$ $(-4)^{-2} \times (-4)^{-3} =$	۸
۱	طرف دوم تساوی های زیر را کامل کنید . 1) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} =$ 2) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' =$ 3) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} =$ 4) $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' =$	۹
صفحه ی ۲ از ۳		

ردیف	ادامه ی سؤالات	نمره
۱۰	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\sqrt{(-3 + \sqrt{10})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} =$	۱/۵
۱۱	اگر $a^2 = b^2$ و a, b اعداد حقیقی باشند، چه رابطه‌ای بین a و b برقرار است؟ (جواب کوتاه)	۰/۵
۱۲	ثابت کنید در هر مستطیل، قطرهای با یکدیگر برابرند.	۱/۵
۱۳	اندازه یک باکتری 0/0000005 متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.	۰/۵
۱۴	حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. $\sqrt{48}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) =$ $5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{128} =$	۲
۱۵	دو تاس قرمز و آبی را همزمان پرتاب میکنیم. احتمال این که مجموع اعداد دو تاس عدد یازده باشد، چقدر است؟	۱
صفحه ی ۳ از ۳		



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران
دبیرستان غیر دولتی پسرانه سرای دانش واحد مرزداران
کلید سؤالات نیمسال اول سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵



www.sarayedanesh.com

نام درس: ریاضی ۳
نام دبیر: آقای فاجی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۴/۱۱/۰۷
ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	صحیح غلط غلط صحیح غلط	
۲	الف) ۳ ب) ۱ پ) ۲ ت) ۱ ث) ۲	
۳	$4x^2 - 12xy + 9y^2$ $a^5 \cdot a^{-2} = a^{5-2} = a^3$ زیرا (a^3) $\{2, 3\}$ $\frac{1}{5}$ یا «استدلال مستقیم استنتاجی»	
۴	تعریف و مثال: مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را مجموعه تهی می‌نامیم؛ مثال $\emptyset$ ، یا $x \mid x^2 + 1 = 0$	
۵	$-\frac{27}{8} = -\left(\frac{3}{2}\right)^3$ بنابراین به صورت توان با پایه مثبت و نمای کسری $\left(\frac{3}{2}\right)^3$ - یا اگر خواسته شده با ریشه سوم، $-\left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^3$:	
۶	$x^2 = 49 \Rightarrow x = \pm 7$	
۷	۱. چون مثلث متساوی‌الساقین است، زاویه‌های پایه برابرند: $\angle ABC = \angle ACB$ ۲. خط AD نیم‌ساز زاویه رأس $\angle BAC$ است، پس طبق تعریف، هر نقطه روی آن (مثل M) فاصله‌اش از دو ضلع زاویه برابر است اگر آن فاصله‌ها عمود باشند. اما اینجا داریم فاصله از دو رأس قاعده یعنی B و C. ۳. حالا از ویژگی تقارن مثلث استفاده می‌کنیم: ○ مثلث متساوی‌الساقین نسبت به نیم‌ساز زاویه رأس متقارن است. ○ پس اگر نقطه‌ای روی این نیم‌ساز باشد، تصویر آینه‌ای آن نسبت به ضلع‌های قاعده هم‌فاصله خواهد بود. ۴. بنابراین، چون M روی نیم‌ساز است و مثلث متقارن است، خطوط MB و MC دو ضلع از مثلث‌های متقارن‌اند: $\triangle ABM \cong \triangle ACM$ به دلیل:	

- $AB = AC$
- $(AM = AM)$ مشترک
- زاویه‌های بین این اضلاع برابرند (به خاطر نیم‌ساز)
- ۵. نتیجه:

$$MB = MC$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-5} \times \left(\frac{x}{y}\right)^3$$

- قانون توان‌ها $a^m \times a^n = a^{m+n}$:
- پس:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-5+3} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-2}$$

و چون توان منفی داریم:

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{x}{y}\right)^2} = \frac{1}{\frac{x^2}{y^2}} = \frac{y^2}{x^2}$$

مثال دوم

$$(-4)^{-2} \times (-4)^{-3}$$

- باز هم قانون توان‌ها:
- تبدیل توان منفی:

$$(-4)^{-2+(-3)} = (-4)^{-5}$$

$$(-4)^{-5} = \frac{1}{(-4)^5}$$

- حالا محاسبه:

$$(-4)^5 = -1024$$

پس:

$$(-4)^{-5} = \frac{1}{-1024} = -\frac{1}{1024}$$

۸

$$\checkmark 1) \mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{Z}$$

- اجتماع اعداد طبیعی $\mathbb{N}$ و صحیح $\mathbb{Z}$ برابر با مجموعه اعداد صحیح است، چون $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$.

$$\checkmark 2) \mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$$

- اگر منظور از $\mathbb{Q}'$ مکمل اعداد گویا در اعداد حقیقی باشد (یعنی اعداد گنگ)، آنگاه:

$$\mathbb{R} - \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}$$

- چون با حذف اعداد گنگ از حقیقی، فقط اعداد گویا باقی می‌مانند.

$$\checkmark 3) \mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \mathbb{N}$$

- اشتراک اعداد صحیح و طبیعی برابر با مجموعه اعداد طبیعی است، چون همه‌ی اعداد طبیعی جزو صحیح‌ها هستند.

$$\checkmark 4) \mathbb{R} \cap \mathbb{Q}' = \mathbb{Q}'$$

- اشتراک اعداد حقیقی با مکمل اعداد گویا (یعنی اعداد گنگ) برابر با خود اعداد گنگ است، چون $\mathbb{Q}' \subseteq \mathbb{R}$.

۹

گام ۱: خاصیت رادیکال $\sqrt{a^2} = a $ پس داریم: $= -3 + \sqrt{10} + 2 - \sqrt{5} $ گام ۲: بررسی علامتها • برای $-3 + \sqrt{10} > 0$: $\sqrt{10} \approx 3.16$ پس: $-3 + \sqrt{10} \approx 0.16$ • برای $2 - \sqrt{5} < 0$: $\sqrt{5} \approx 2.232$ پس: $2 - \sqrt{5} \approx -0.232$ گام ۳: ترکیب نتایج $= (-3 + \sqrt{10}) + (\sqrt{5} - 2)$ $= \sqrt{10} + \sqrt{5} - 5$	۱۰
$a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b$	۱۱
اثبات برابری قطرهای مستطیل با همنهشتی مثلثها فرض کنید مستطیل $ABCD$ داریم؛ یعنی همه زاویهها راستاند و اضلاع روبه‌رو برابرند $AB = CD$ و $BC = AD$. ساخت مثلثها دو مثلث زیر را در نظر بگیرید: • مثلث اول $\triangle ABD$: • مثلث دوم $\triangle CBA$: برقراری همنهشتی با معیار ضلع-زاویه-ضلع (SAS) • ضلع مشترک AB: در هر دو مثلث وجود دارد. • برابری اضلاع مقابل: در مستطیل، اضلاع روبه‌رو برابرند، پس $AD = BC$. • زاویه‌های راست و متناظر $\angle BAD = 90^\circ$ و $\angle CBA = 90^\circ$. این زاویهها بین اضلاع مقایسه‌شده قرار دارند (بین AB و AD در مثلث اول، و بین BC و AB در مثلث دوم). بنابراین با معیار SAS داریم: $\triangle ABD \cong \triangle CBA$ نتیجه‌گیری در همنهشتی بالا، ضلع‌های متناظر برابر می‌شوند؛ مخصوصاً قطرهای: $BD = AC$ پس در هر مستطیل، قطرهای با یکدیگر برابرند.	۱۲
$0.0000005 \text{ m} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$	۱۳

❖ عبارت اول $\sqrt{48}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ۱. تجزیه‌ی رادیکال: $\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$ ۲. جایگذاری: $= (4\sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ۳. ضرب داخل پرانتز: $= 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ $= 4\sqrt{6} + 4 \cdot 3$ $= 4\sqrt{6} + 12$ ❖ عبارت دوم $5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{128}$ ۱. تجزیه‌ی هر رادیکال: $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = 3\sqrt[3]{2}$ $\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64 \cdot 2} = 4\sqrt[3]{2}$ ۲. جایگذاری: $= 5\sqrt[3]{2} + 3(3\sqrt[3]{2}) - 4(4\sqrt[3]{2})$ $= 5\sqrt[3]{2} + 9\sqrt[3]{2} - 16\sqrt[3]{2}$ ۳. جمع و تفریق ضرایب: $= (5 + 9 - 16)\sqrt[3]{2}$ $= -2\sqrt[3]{2}$	۱۴
♦ گام ۱: فضای نمونه هر تاس ۶ حالت دارد، پس دو تاس با هم: حالت ممکن $6 \times 6 = 36$ ♦ گام ۲: حالت‌های مطلوب (مجموع = ۱۱) برای مجموع ۱۱ باید جفت‌های زیر را داشته باشیم: • (۵، ۶) • (۶، ۵) یعنی فقط ۲ حالت مطلوب وجود دارد. ♦ گام ۳: محاسبه احتمال $P = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت‌ها}} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$	۱۵
نام و نام خانوادگی مصحح : آقای خاجی امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره