

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: یازدهم (ریاضی)

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

آزمون پایان نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

نام درس: حسابان ۱

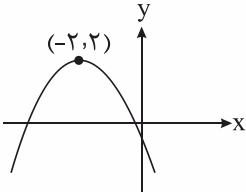
نام دبیر: فاطمه عراقی

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۷

ساعت امتحان: ۰۹:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
تاریخ و امضاء:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
سؤالات	نمره	پاسخ
<p>۱ درستی یا نادرستی احکام زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هم‌دامنه، زیرمجموعه برد تابع است.</p> <p>ب) در رابطه $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 0$، y تابعی از x است.</p> <p>پ) به هر تابع به شکل $f(x) = a^x$، تابع‌نمایی گفته می‌شود.</p>	۰/۷۵	
<p>۲ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) معادله درجه دومی که ریشه‌های آن $2 + \sqrt{3}$ و $2 - \sqrt{3}$ باشد، به صورت است.</p> <p>ب) اگر $0 < x < 1$ باشد، حاصل $A = x + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ برابر است.</p>	۱	
<p>۳ گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) مجموع چند جمله از دنباله هندسی $1, -2, 4, \dots$ برابر 43 می‌شود؟</p> <p>۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸</p> <p>ب) اگر $f(x) = 2x - 6$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشد، جواب معادله $(fog)(x) = 0$ کدام است؟</p> <p>۱) ± 2 ۲) ± 4 ۳) $\pm \sqrt{2}$ ۴) $\pm \sqrt{3}$</p> <p>پ) مجموعه جواب نامعادله $\frac{1}{32} < (\frac{1}{2})^{2x-1}$ کدام است؟</p> <p>۱) $x < 3$ ۲) $x > 2$ ۳) $x < 2$ ۴) $x > 3$</p>	۱/۵	
<p>۴ به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) تابع f با ضابطه $f(x) = x - 3$ روی بازه $[a, +\infty)$ تابعی یک به یک است، بزرگ‌ترین مقدار a کدام است؟</p> <p>ب) اگر $[x + 2] = 5$ باشد، حدود x را بیابید.</p> <p>پ) آیا دو تابع $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$ باهم برابرند؟ چرا؟</p>	۱/۲۵	
<p><u>سوالات تشریحی</u></p> <p>۵ در یک دنباله حسابی، جمله پنجم برابر ۳ و هر جمله از جمله ماقبل خود به اندازه ۲ واحد کمتر است. مجموع ۱۰ جمله اول آن را بیابید.</p>	۱	

ردیف	ادامه سؤالات آزمون نوبت اول حسابان یازدهم ریاضی	نمره
۱	اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + (k-1)x + 8 = 0$ باشند و $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار k را بیابید.	۶
۱	 <p>شکل مقابل مربوط به سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. اگر $a = 1$ باشد، حاصل ضرب صفرهای f را بیابید.</p>	۷
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $\sqrt{x+2} + 4 = x$</p> <p>ب) $(\frac{x^2}{2} - 1)^2 + (\frac{x^2}{2} - 1) - 2 = 0$.</p>	۸
۱/۲۵	<p>پاره‌خط AB که در آن $A(3, 2)$ و $B(-1, 4)$ مفروض است:</p> <p>الف) فاصله مبدأ مختصات از نقطه وسط پاره‌خط AB را بیابید.</p> <p>ب) معادله عمودمنصف پاره‌خط AB را به دست آورید.</p>	۹
۰/۵	مساحت مربعی که دو ضلع آن روی خط‌های $2x + y = 2$ و $4x + 2y = -6$ قرار دارد را بیابید.	۱۰
۱/۷۵	معادله $ x^2 + 2x = 3$ را به روش هندسی و جبری حل کنید.	۱۱
۰/۷۵	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < 0 \\ -\sqrt{x+1} - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس بُرد آن را بیابید.</p>	۱۲

ردیف	ادامه سؤالات آزمون نوبت اول حسابان یازدهم ریاضی	نمره
۱	ابتدا نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$ وارون پذیر است و سپس ضابطه وارون آن را به دست آورید.	۱۳
۱	نمودار تابع $y = [\frac{1}{4}x + 1]$ را در بازه $[-4, 2]$ رسم کنید.	۱۴
۱/۵	اگر $f = \{(1, 2), (2, 4), (-1, 3), (4, 6)\}$ و $g = \{(2, -1), (4, 1), (6, 2), (1, 0), (-1, 4)\}$ باشند: الف) تابع $g \circ f$ را بیابید. ب) تابع $\frac{f}{2g}$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. پ) مقدار $(3f - g)(2)$ را محاسبه کنید.	۱۵
۱/۵	اگر $f(x) = \frac{x+3}{x-4}$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشند: الف) دامنه $f \circ g$ را از راه فرمول به دست آورید. ب) دامنه $\frac{g}{f}$ را بیابید.	۱۶
۱/۲۵	نمودار $y = (\frac{1}{4})^x - 1$ را رسم کنید و دامنه و بُرد آن را بیابید.	۱۷



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۳ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

نام دانش آموز: حاجیان (۱)
نام دبیر: فاطمه عراقی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۵/۱۴
ساعت امتحان: ۱۰:۰۰
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا، مدیر
۱	الف) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب)	ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب)
۲	الف) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب)	$A = x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ب)
۳	الف) گزینه ۳ ب) گزینه ۱ پ) گزینه ۴	$\frac{1(1 - (-2)^n)}{1 - (-2)} = 43 \Rightarrow (-2)^n = -128 \Rightarrow n = 7$ $f(g(x)) = 2(x^2 - 1) - 7 = 2x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 4.5 \Rightarrow x = \pm 2.12$ $(\frac{1}{2})^{x-1} < (\frac{1}{2})^5 \Rightarrow 2x - 1 > 5 \Rightarrow x > 3$
۴	الف) ۳ (ب) $3 \leq x < 4$ (ب) $3 \leq x < 4$ (ب) $3 \leq x < 4$ (ب)	$[x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4$ (ب) $3 \leq x < 4$ (ب) $3 \leq x < 4$ (ب) $3 \leq x < 4$ (ب)
۵	الف) $a = 11$ (ب) $a = 11$ (ب) $a = 11$ (ب) $a = 11$ (ب)	$a_5 = 3 \Rightarrow a + 4d = 3 \Rightarrow a - 11 = 3 \Rightarrow a = 14$ (ب) $a = 14$ (ب) $a = 14$ (ب) $a = 14$ (ب)
۶	الف) $k = -5$ (ب) $k = -5$ (ب) $k = -5$ (ب) $k = -5$ (ب)	$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -(k-1)$ (ب) $\alpha + \beta = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{-k+1}{1} = \frac{3}{4} \Rightarrow -k+1 = 3 \Rightarrow k = -2$ (ب) $k = -2$ (ب) $k = -2$ (ب) $k = -2$ (ب)
۷	الف) $P = \frac{c}{a} = 2$ (ب) $P = \frac{c}{a} = 2$ (ب) $P = \frac{c}{a} = 2$ (ب) $P = \frac{c}{a} = 2$ (ب)	$ a = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{\text{Max}} a = -1$ (ب) $a = -1$ (ب) $a = -1$ (ب) $a = -1$ (ب)
۸	الف) $x^2 - 9x + 14 = 0$ (ب) $x^2 - 9x + 14 = 0$ (ب) $x^2 - 9x + 14 = 0$ (ب) $x^2 - 9x + 14 = 0$ (ب)	$x_5 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-9}{2(-1)} = 4.5$ (ب) $b = -9$ (ب) $b = -9$ (ب) $b = -9$ (ب)

ب) $\frac{x^2}{4} - 1 = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0$

$t = -2 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -2 \times 4 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{-1}$ (۲۵)
 $t = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{4} - 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ (۲۵)

۹

الف) $M(1, 3)$ (۲۵) $OM = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$ (۲۵)

ب) $m_{AB} = -\frac{1}{4}$ (۲۵) $\Rightarrow m = 4$ (۲۵) $y - 3 = 4(x - 1) \Rightarrow y = 4x + 1$ (۲۵)

۱۰

$4x + 2y = -7, 4x + 2y = 4 \Rightarrow d = a = \frac{|4 - (-7)|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} = \frac{11}{\sqrt{20}}$ (۲۵)

$S = \left(\frac{11}{\sqrt{20}}\right)^2 = \frac{121}{20} = 6.05$ (۲۵)

۱۱

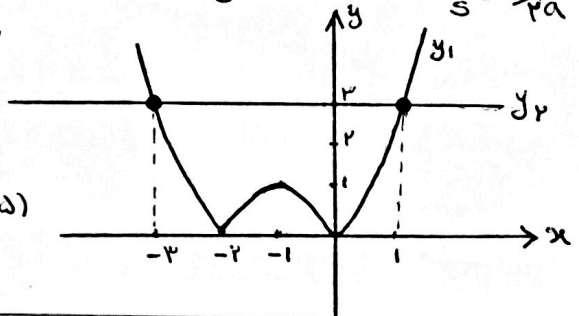
$|x^2 + 2x| = 3 \Rightarrow x^2 + 2x = \pm 3$

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -3, 1$ (۱۵)
 $x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = -4 < 0$ (۲۵)

روش بی‌بهری:

روش خدایی:

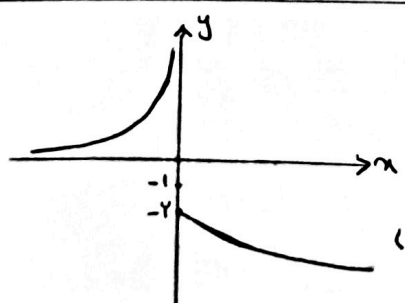
$y_1 = |x^2 + 2x| \rightarrow y = x^2 + 2x$ $x_s = -\frac{b}{2a} = -1$
 $y_2 = 3$



x	-3	-1	0
y	0	-1	0

معادله دو جواب دارد (۲۵)
 $x = -3$ و $x = 1$

۱۲



$R_f = (-\infty, -2] \cup (0, +\infty)$ (۲۵)

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$\sqrt{x_1 - 1} + 1 = \sqrt{x_2 - 1} + 1 \Rightarrow x_1 - 1 = x_2 - 1 \Rightarrow x_1 = x_2$ (۲۵)

تا پنج یک به یک بوده پس وارون پذیر است.

۱۳

امضاء: *Amir*

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ شماره

$$y = \sqrt{x-1} + 1 \Rightarrow (\sqrt{x-1})^2 = (y-1)^2 \Rightarrow x-1 = y^2 - 2y + 1 \Rightarrow x = y^2 - 2y + 2$$

$$F^{-1}(x) = x^2 - 2x + 2 \quad (۰,۲۵)$$

۱۴

$$y = \left[\frac{1}{4}x \right] + 1 \quad -2 \leq x < 2 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{4}x < 1$$

$$-2 \leq \frac{1}{4}x < -1 \rightarrow \left[\frac{1}{4}x \right] = -2 \rightarrow y = -1 \quad -4 \leq x < -2$$

$$-1 \leq \frac{1}{4}x < 0 \rightarrow \left[\frac{1}{4}x \right] = -1 \rightarrow y = 0 \quad -2 \leq x < 0$$

$$0 \leq \frac{1}{4}x < 1 \rightarrow \left[\frac{1}{4}x \right] = 0 \rightarrow y = 1 \quad 0 \leq x < 2$$

۱۵

الف) $g \circ F = \{(1, -1), (2, 1), (4, 2)\}$ (۰,۲۵)

ب) $\frac{F}{g} = \{(2, -2), (-1, \frac{3}{\lambda}), (4, 3)\}$ (۰,۲۵)

پ) $(F \circ g)_{(4)} = F(g(4)) = F(3) = 3(3) - (-1) = 13$ (۰,۲۵)

۱۶

الف) $D_F = \mathbb{R} - \{4\}$ (۰,۲۵) $D_g = [-3, +\infty)$ (۰,۲۵)

$$D_{F \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_F\} \Rightarrow D_{F \circ g} = \{x \in [-3, +\infty) \mid \sqrt{x+3} \neq 4\}$$

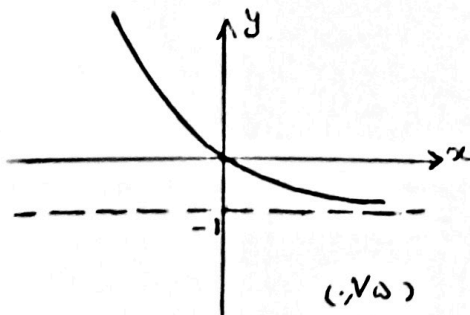
$$x \neq 13$$

$$= [-3, 13) \cup (13, +\infty)$$
 (۰,۲۵)

ب) $D_{\frac{g}{F}} = D_F \cap D_g - \{x \mid F(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{g}{F}} = [-3, +\infty) - \{4\} - \{-3\}$ (۰,۲۵)

$$\Rightarrow D_{\frac{g}{F}} = (-3, 4) \cup (4, +\infty)$$
 (۰,۲۵)

۱۷



$$D = \mathbb{R} \quad (۰,۲۵)$$

$$R_f = (-1, +\infty) \quad (۰,۲۵)$$

(۰,۲۵)

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ شماره