

نام و نام خانوادگی:
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی
 نام پدر:
 شماره داوطلب:
 تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
 امتحانات پایان ترم نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵
 www.sarayedanesh.com
 021-2936

نام درس: آمار و احتمال
 نام دبیر: لیلا رستگاریان
 تاریخ امتحان: ۰۸ / ۰۴ / ۱۴۰۵
 ساعت امتحان: ۰۸:۳۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد: نمره به حروف:		نمره به عدد: نمره به حروف:	
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
بارم	ردیف	سوالات		
۱	۱	گزینه مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) وقتی داده دور افتاده داریم بهتر است از معیار پراکندگی (دامنه میان چارکی - انحراف معیار) استفاده کنیم. ب) مشخصه عددی که توصیف کننده جنبه ای خاص از جامعه است (آماره - پارامتر) نام دارد. ج) مجموعه مقادیری که گزاره نما را به گزاره تبدیل می کند (دامنه متغیر - مجموعه جواب) نام دارد. د) سورها یک (گزاره - گزاره نما) محسوب می شوند.		
۲/۲۵	۲	کدامیک گزاره است؟ ارزش آن را بگویید (با دلیل) و کدام گزاره نیست؟ علت را بگویید. الف) چه هوای خوبی (۰/۵ نمره) ب) مجموع هر دو عدد اول عددی زوج است. (۰/۵ نمره) پ) در پرتاب هم زمان دو تاس احتمال ظاهر شدن دو عدد زوج بیشتر از احتمال ظاهر شدن یک عدد فرد و یک عدد اول است. (۰/۷۵ نمره) ت) بهترین آب و هوا، آب و هوای بهار است. (۰/۵ نمره)		
۱/۵	۳	گزاره زیر را به زبان ریاضی بنویسید و ارزش آن را تعیین کنید (با دلیل) و نقیض آن را بنویسید. «حاصل ضرب هر سه عدد طبیعی متوالی مضرب ۶ است»		
۱	۴	هم ارزی روبرو را روی جدول ارزش بررسی کنید. $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$		
۰/۷۵	۵	به روش عضوگیری دلخواه ثابت کنید: «اگر $A \subseteq B$ باشد آن گاه $A - B = \emptyset$»		
۱/۵	۶	توسط جبر مجموعه ها نشان دهید: ۱) $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$ (نمره ۱) ۲) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$ (نمره ۰/۵)		
۰/۵	۷	نمودار $A \times B$ را در دو مورد زیر رسم کنید. الف) $\mathbb{R} B = [1, 4], A = \{1, 4\}$ ب) $B = \mathbb{R}$ و $A = \{1, 4\}$		
۰/۵	۸	ثابت کنید: اگر $B \subseteq A$ باشد، آن گاه $P(A - B) = P(A) - P(B)$		

۹	عددی به تصادف از بین $S = \{101, 102, \dots, 200\}$ انتخاب می کنیم، احتمال این که این عدد نه بر ۴ بخش پذیر باشد و نه بر ۶، چقدر است؟	۱																				
۱۰	در فضای نمونه ای $S = \{a, b, c, d\}$ اگر $P(a) = \frac{1}{8}$ و $P(b) = \frac{3m+1}{8}$ و $P(c) = 2P(a)$ و $P(d) = m$ باشد، مطلوبست محاسبه مقدار m ؟	۰/۷۵																				
۱۱	سارا و ساناز عضو تیم ۱۲ نفره بسکتبال هستند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم سارا از ساناز بلندتر است. الف) احتمال این که سارا بلندقدترین باشد چقدر است؟ (۰/۵ نمره) ب) احتمال این که سارا از نظر بلندی قد نفر یازدهم باشد، چقدر است؟ (۰/۵ نمره)	۱																				
۱۲	از یک جعبه که ۵ پرتقال و ۴ سیب و ۶ خیار دارد، میوه ای برداشته و به جعبه ای که ۳ سیب و ۷ پرتقال و ۵ خیار دارد، اضافه می کنیم و سپس از جعبه دوم میوه ای برمی داریم. الف) چقدر احتمال دارد از جعبه دوم سیب خارج شود؟ (۰/۵ نمره) ب) اگر از جعبه دوم سیب خارج شود چقدر احتمال دارد از جعبه اول پرتقال خارج شده باشد؟ (۰/۵ نمره)	۱																				
۱۳	در یک آزمون که ۴ سؤال ۴ گزینه ای و ۶ سؤال ۳ گزینه ای دارد، اگر تمام سؤالات را به تصادف پاسخ داده باشیم، چقدر احتمال دارد ۲ سؤال ۴ گزینه ای و ۳ سؤال ۳ گزینه ای را درست پاسخ داده باشیم؟	۰/۷۵																				
۱۴	نمودار بافت نگاشت برحسب فراوانی نسبی را برای داده های زیر که قد دانش آموزان یک مدرسه است، رسم کنید و میانگین قد دانش آموزان را به دست آورید و جدول را کامل کنید. <table><tr><td>فراوانی نسبی</td><td>فراوانی</td><td>حدود دسته</td><td>کرانه ها</td></tr><tr><td></td><td>۴</td><td></td><td>$[129/5 - 139/5]$</td></tr><tr><td></td><td>۷</td><td></td><td>$[139/5 - 149/5]$</td></tr><tr><td></td><td>۱۲</td><td>$150 \leq x < 160$</td><td></td></tr><tr><td></td><td>۹</td><td>$160 \leq x \leq 170$</td><td></td></tr></table>	فراوانی نسبی	فراوانی	حدود دسته	کرانه ها		۴		$[129/5 - 139/5]$		۷		$[139/5 - 149/5]$		۱۲	$150 \leq x < 160$			۹	$160 \leq x \leq 170$		۲
فراوانی نسبی	فراوانی	حدود دسته	کرانه ها																			
	۴		$[129/5 - 139/5]$																			
	۷		$[139/5 - 149/5]$																			
	۱۲	$150 \leq x < 160$																				
	۹	$160 \leq x \leq 170$																				
۱۵	نمودار زیر نمرات درس حسابان یک کلاس را نشان می دهد. <table><tr><td>۸</td><td>۱۲</td><td>۱۷</td><td>۱۹</td><td>۲۰</td></tr></table> الف) دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی چند است؟ ب) چند درصد دانش آموزان نمره بالای ۱۷ آورده اند؟ ج) تمرکز نمرات در کدام قسمت بیشتر است و پراکندگی نمرات در کدام قسمت بیشتر است؟	۸	۱۲	۱۷	۱۹	۲۰	۱															
۸	۱۲	۱۷	۱۹	۲۰																		
۱۶	جدول برآورد میانگین برای نمونه های به اندازه ۲ را برای جامعه ای که داده های آن حقوق کارمندان یک شرکت است، رسم کنید. انحراف معیار برآورد میانگین در صورتی که اندازه نمونه ۲ باشد، چقدر است؟ ۶, ۲, ۷, ۵, ۳, ۷	۲																				
۱۷	بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای میانگین جامعه ای با انحراف معیار ۷ در صورتی که نمونه ای به اندازه ۹ و با میانگین ۱۷ انتخاب کرده باشیم، چقدر است؟	۰/۵																				

۱	۱۸ از بین ۲۰۰ نفر از پرسنل یک شرکت می خواهیم نمونه ای به اندازه ی ۴۰ انتخاب کنیم. الف) اگر از روش سیستماتیک استفاده کنیم، چه طور می توان نمونه گیری کرد؟ ب) اگر از روش طبقه ای نمونه گیری کنیم، چه طور می توان نمونه گیری کرد؟ احتمال انتخاب واحدهای آماری در هر مورد برابرند یا خیر؟
موفق باشید	

جمع بارم : ۲۰ نمره

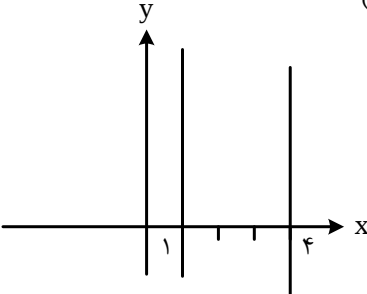
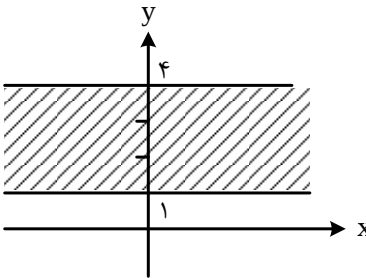
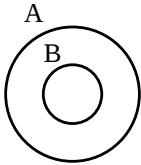


اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد فلسطین
امتحانات پایان ترم نیمسال دوم سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

۰۲۱-۲۹۳۶

ناهم درس: آمار و احتمال
ناهم دبیر: لیلا رستگاریان
تاریخ امتحان: ۱۴۰۵/۰۴/۰۸
ساعت امتحان: ۸:۳۰ صبح
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر	ردیف																																	
الف) دامنه میان چارکی	ب) پارامتر	ج) دامنه متغیر	د) گزاره	۱																															
الف) گزاره نیست – جمله تعجبی است. ب) گزاره نادرست مثال نقض $۲+۳=۵$ پ) گزاره نادرست				۲																															
$P(A)=\frac{۳ \times ۳}{۳۶}=\frac{۱}{۴}$ $P(B)=(۳ \times ۳+۱ \times ۳+۲ \times ۱=۱۴)$ $n(B)= \{۲,۳,۵\} \times \{۱,۳,۵\} + \{۱\} \times \{۲,۳,۵\} + \{۳,۵\} \times \{۲\} =۹+۳+۲=۱۴$ $P(B)=\frac{۱۴}{۳۶}$ $P(B)>P(A)$																																			
ت) گزاره نیست. سلیقه ای است.																																			
گزاره درست. از هر دو عدد متوالی یکی مضرب ۲ است. $\forall x, k; x, k \in \mathbb{N}; x(x+۱)(x+۲)=۶k$ و هر سه عدد متوالی یکی مضرب ۳ است. $\exists x, k; x, k \in \mathbb{N}; x(x+۱)(x+۲) \neq ۶k$:نقیض پس در ضرب ۳ عدد متوالی هم مضرب ۲ است و هم مضرب ۳ یعنی مضرب ۶ است.																																			
$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$ <table><tr><td>p</td><td>q</td><td>$p \Leftrightarrow q$</td><td>$\sim (p \Leftrightarrow q)$</td><td>$\sim p$</td><td>$\sim p \Leftrightarrow q$</td></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td></td><td>ن</td><td></td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td></td><td>ن</td><td></td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td></td><td>د</td><td></td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td></td><td>د</td><td></td></tr></table>					p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$	د	د	د		ن		د	ن	ن		ن		ن	د	ن		د		ن	ن	د		د		۴
p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$	$\sim p$	$\sim p \Leftrightarrow q$																														
د	د	د		ن																															
د	ن	ن		ن																															
ن	د	ن		د																															
ن	ن	د		د																															
فرض: $A \subseteq B$ حکم: $A-B \subseteq \emptyset \wedge \emptyset \subseteq A-B \Leftrightarrow A-B=\emptyset$ (همواره درست) $\rightarrow \forall x; x \in A-B \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \Rightarrow x \in B \\ \wedge \\ x \notin B \Rightarrow x \notin B \end{array} \right\} \Rightarrow x \in B \cap B' \Rightarrow x \in \emptyset$ یعنی $A-B \subseteq \emptyset$ می باشد.					۵																														

$۱) (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = [(A \cap B') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A')$ $= A \cap \underbrace{(B' \cup B)}_A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_U = A \cup B$ $۲) (A \cup B) - C = (A \cup B) \cap C' = (A \cap C') \cup (B \cap C') = (A - C) \cup (B - C)$	۶
(ب)  (الف) 	۷
$B, A - B$ دو مجموعه جدا از همند و اجتماعشان $\mathcal{A}$ است. پس  $P(A) = P(A - B) + P(B) \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(B)$	۸
$S = \{۱۰۱, \dots, ۲۰۰\} \quad n(S) = ۱۰۰ \quad P(A \cup B)' = ?$ $A = \{۱۰۴, ۱۰۸, \dots, ۲۰۰\} \quad n(A) = \left[\frac{۲۰۰}{۴} \right] - \left[\frac{۱۰۰}{۴} \right] = ۲۵$ (مضرب ۴) $B = \{۱۰۲, ۱۰۸, \dots, ۱۹۸\} \quad n(B) = \left[\frac{۲۰۰}{۶} \right] - \left[\frac{۱۰۰}{۶} \right] = ۳۳ - ۱۶ = ۱۷$ (مضرب ۵) $A \cap B = \{۱۰۸, ۱۲۰, \dots, ۱۹۲\} \quad n(A \cap B) = \left[\frac{۲۰۰}{۱۲} \right] - \left[\frac{۱۰۰}{۱۲} \right] = ۱۶ - ۸ = ۸$ (مضرب ۴ و ۶) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = ۳۴$ (مضرب ۱۲) $n(A \cup B)' = n(S) - n(A \cup B) = ۱۰۰ - ۳۴ = ۶۶$ $P(A \cup B)' = \frac{۶۶}{۱۰۰}$	۹
$S = \{a, b, c, d\} \quad P(a) = \frac{1}{\lambda}, P(b) = \frac{\lambda m + 3}{\lambda}, P(c) = 2P(a) = \frac{1}{\lambda}, P(d) = m$ $P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} + \frac{\lambda m + 3}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} + m = 1$ $\Rightarrow \frac{\lambda m + \lambda m + 3}{\lambda} = \frac{5}{\lambda} \Rightarrow ۱۶m + ۳ = ۵ \Rightarrow m = \frac{1}{\lambda}$	۱۰

$$P(\text{سارا بلندتر از ساناز}) = P(A) = \frac{1}{2} \quad P(\text{سارا بلندترین}) = P(B) = \frac{1}{12}$$

$$\frac{\text{ساناز}}{1} \frac{\text{سارا}}{1} = 10! \quad (\text{الف})$$

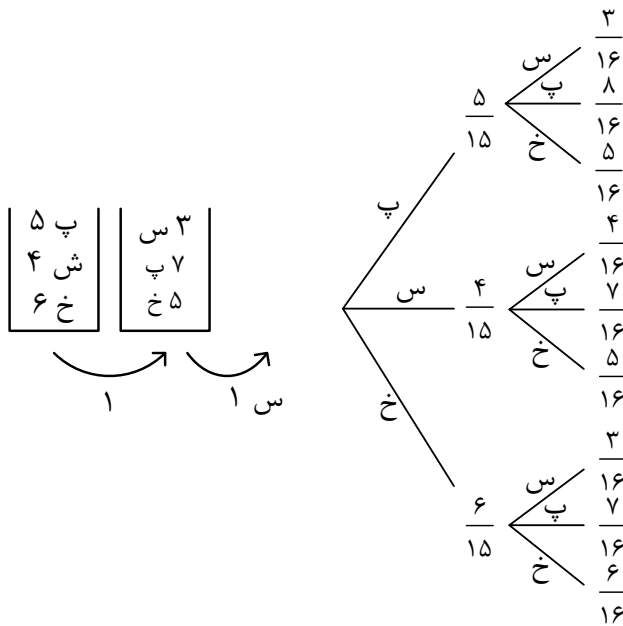
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} \quad n(C \cap A) = \underbrace{1 \times 9 \times \dots \times 1}_{10}$$

۱۱

سارا یازدهمین و ساناز دوازدهمین

$$P(\text{سارا یازدهمین نفر}) = P(C) \quad (\text{ب})$$

$$P(C|A) = \frac{n(A \cap C)}{n(A)} = \frac{10!}{12!} = \frac{2}{12 \times 11} = \frac{1}{66}$$



$$P(\text{س}) = \frac{5}{15} \times \frac{3}{16} + \frac{4}{15} \times \frac{4}{16} + \frac{6}{15} \times \frac{3}{16}$$

$$P(\text{س} | \text{پ}) = \frac{\frac{5}{15} \times \frac{3}{16}}{P} = \frac{15}{16 \times 15}$$

$$= \frac{5 \times 3}{5 \times 3 + 4 \times 4 + 6 \times 3} = \frac{15}{49}$$

۱۲

$$\binom{4}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \binom{6}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \cancel{\frac{1}{4}} \times \frac{\cancel{\frac{1}{4}} \times 8}{\cancel{\frac{1}{4}} \times \cancel{\frac{1}{4}}} = \frac{5}{4 \times 27} = \frac{5}{108}$$

۱۳

۱۴	فراوانی × مرکز دسته	مرکز دسته	فراوانی نسبی	فرو انی	حدود دسته	کرانه ها				
	۱۳۵×۴	۱۳۵	$\frac{۴}{۳۲}$	۴	$۱۳۰ \leq x < ۱۴۰$	[۱۲۹/۵-۱۳۹/۵]				
	۱۴۵×۷	۱۴۵	$\frac{۷}{۳۲}$	۷	$۱۴۰ \leq x < ۱۵۰$	[۱۳۹/۵-۱۴۹/۵]				
	۱۵۵×۱۲	۱۵۵	$\frac{۱۲}{۳۲}$	۱۲	$۱۵۰ \leq x < ۱۶۰$	[۱۴۹/۵-۱۵۹/۵]				
	۱۶۵×۹	۱۶۵	$\frac{۹}{۳۲}$	۹	$۱۶۰ \leq x < ۱۷۰$	[۱۵۹/۵-۱۶۹/۵]				
				۳۲						
$\bar{x} = \frac{\quad}{32} =$										
۱۵	الف) $R = 20 - 8 = 12$, $IQR = 19 - 12 = 7$									
	ب) ۵۰% ج) تمرکز نمرات در فاصله ی بین Q_3 و max داده ها یعنی ۱۹ تا ۲۰ بیشتر است و پراکندگی در فاصله ی بین ۱۲ تا ۱۷ یعنی چارک اول تا میانه بیشتر است.									
۱۶	$\binom{6}{2} = 15$ الف) تعداد نمونه ها									
	$\{7,7\}$	$\begin{matrix} \{6,7\} \\ \{6,7\} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \{5,7\} \\ \{5,7\} \end{matrix}$	$\{5,6\}$	$\begin{matrix} \{3,7\} \\ \{3,7\} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \{2,7\} \\ \{2,7\} \\ \{3,6\} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \{2,6\} \\ \{3,5\} \end{matrix}$	$\{2,5\}$	$\{2,3\}$	نمونه
	۷	$\frac{1}{5}$ ۶	۶	$\frac{1}{5}$ ۵	۵	$\frac{1}{5}$ ۴	۴	$\frac{1}{5}$ ۳	$\frac{1}{5}$ ۲	$\bar{x}$
	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{15}$	احتمال
	ب)									
$\bar{x} = \frac{2+3+5+6+7+7}{6} = 5$										
$\sigma = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-2)^2 + 0 + 1^2 + 2^2 + 2^2}{6}} = \sqrt{\frac{11}{3}}$										
$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\frac{11}{3}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{11}{6}}$										

$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 17 - \frac{2(7)}{\sqrt{9}} \leq \mu \leq 17 + \frac{2(7)}{\sqrt{9}}$ $17 - \frac{14}{3} \leq \mu \leq 17 + \frac{14}{3}$	۱۷
الف) $\frac{200}{40} = 5$ از هر ۵ نفر یک نفر باید انتخاب شود یعنی اندازه طبقات باید ۵ باشد. مثلاً از طبقه اول اگر نفر اول انتخاب شود، از طبقه دوم شماره ۶ و طبقه سوم شماره ۱۱ و ... انتخاب می شود. مثلاً هنگام ورود یا خروج پرسنل از شرکت می توان هر ۵ نفر یکی را انتخاب کرد. ب) احتمال انتخاب واحدهای آماری برابر است. و برابر $\frac{1}{5}$ است. ب) در اتاق ها یا بخش های مختلف شرکت از هر بخش چند نفر را نمونه تصادفی ساده انتخاب می کنیم. احتمال انتخاب واحدهای آماری لزوماً برابر نیستند.	۱۸
نام و نام خانوادگی مصحح : امضاء:	جمع بارم : ۲۰ نمره