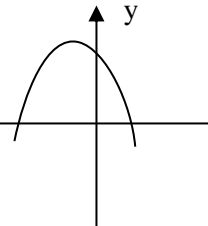
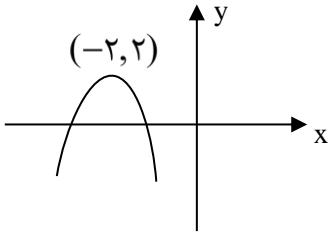


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: یازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران  
 اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
 دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
 آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: حسابان (۱)  
 نام دبیر: فاطمه عراقی  
 تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۴۰۰  
 ساعت امتحان: ۰۰: ۱۰: صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
نام دبیر:	تاریخ و امضاء:	نام دبیر:
ردیف	سؤالات	
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هم دامنه تابع، همان برد تابع است.</p> <p>ب) اگر نمودار تابع <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> به صورت  باشد، <math>b \cdot c &lt; 0</math> است.</p> <p>پ) نمودار تابع <math>y = 4^x</math> همواره زیرنمودار تابع <math>y = 3^x</math> قرار دارد.</p>	
۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با اعداد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر <math>a &lt; 0 &lt; b</math> و <math> b  &gt;  a </math> باشد، حاصل <math> a + b  +  a  +  b </math> برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر <math>f(x) = [x + 3]</math> باشد، آن گاه مقدار <math>f(2 - \sqrt{2})</math> برابر ..... است.</p> <p>پ) تابع <math>f</math> با ضابطه <math>f(x) =  x - 1 </math> روی بازه <math>(-\infty, x_0]</math> تابعی یک به یک است. بزرگترین مقدار <math>x_0</math> برابر ..... است.</p>	
۰/۷۵	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) نقاط <math>A(2, -1)</math> و <math>B(0, 1)</math> و <math>C(-1, 1)</math> سه رأس یک مثلث هستند. طول میانه <math>CM</math> برابر است با:</p> <p>(با راه حل)</p> <p>(۱) <math>\sqrt{5}</math> (۲) ۴ (۳) <math>2\sqrt{2}</math> (۴) <math>\sqrt{2}</math></p> <p>ب) در کدامیک از معادلات زیر، <math>y</math> تابعی از <math>x</math> است؟</p> <p>(۱) <math>y^2 = x^2</math> (۲) <math> y  = x</math> (۳) <math>x^2 + y^2 = 4</math> (۴) <math>y +  x  = 2</math></p> <p>پ) رفتار کدامیک از توابع زیر نمایی است؟</p> <p>(۱) <math>y = x^2</math> (۲) <math>y - 2^x = 1</math> (۳) <math>y + 5x = 2^{10}</math> (۴) <math>y = x^3 + 2x</math></p>	
۰/۱۵		
۰/۱۵		

۱/۷۵	<p>به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) معادله درجه دومی تشکیل دهید که ریشه‌های آن <math>2 + \sqrt{3}</math> و <math>2 - \sqrt{3}</math> باشند.</p> <p>ب) آیا دو تابع <math>f(x) = \frac{x}{x}</math> و <math>g(x) = 1</math> با هم برابرند؟ چرا؟</p> <p>پ) اگر <math>f(x) = x^2 + 4</math> و <math>g(x) = \sqrt{x^2 - 4}</math> باشند، آن‌گاه ضابطه <math>(f \circ g)(x)</math> را بیابید.</p>	۴
۱	در یک دنباله حسابی، مجموع ۱۲ جمله اول آن ۱۳۸ و جمله ششم آن ۱۰ است. جمله اول دنباله را بیابید.	۵
۰/۷۵	در یک دنباله هندسی صعودی، $S_8 = 82S_4$ است. قدر نسبت دنباله را بیابید.	۶
۱	<p>اگر <math>\alpha</math> و <math>\beta</math> ریشه‌های معادله <math>x^2 + mx + 2 = 0</math> باشند و رابطه <math>\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4</math> برقرار باشد، مقدار <math>m</math> را محاسبه کنید.</p>	۷
۱	<p>شکل مقابل مربوط به سهمی <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> است. اگر <math> a  = 1</math> باشد، حاصل ضرب صفرهای <math>f</math> را بیابید.</p> 	۸
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>\sqrt{x+2} + 4 = x</math></p> <p>ب) <math>(\frac{x^2}{2} - 1)^2 + (\frac{x^2}{2} - 1) - 2 = 0</math></p>	۹
۱/۷۵	ابتدا نمودار $f(x) =   x  - 2 $ را رسم کنید و سپس معادله $f(x) = 2$ را به روش جبری و هندسی حل کنید.	۱۰
۰/۷۵	یک ضلع مربعی منطبق بر خط به معادله $3x - 4y - 8 = 0$ و نقطه $A(2, 2)$ یک رأس آن است. مساحت مربع را بیابید.	۱۱
۰/۵	نمودار تابع وارون تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ \sqrt{-x} & x \leq 0 \end{cases}$ را رسم کنید.	۱۲
۱	نمودار تابع $f(x) = [2x + 1]$ را در بازه $[0, 1]$ رسم کنید.	۱۳

۱	<p>۱۴ وارون‌پذیری تابع <math>f(x) = \frac{2x}{x+1}</math> را بررسی کنید و در صورت وجود، وارون آن را بیابید.</p>	۱۴
۱/۵	<p>۱۵ اگر <math>f = \{(-2, 5), (0, 6), (1, -2), (2, -1)\}</math> و <math>g = \{(-1, 2), (0, 3), (1, -1), (3, 1)\}</math> باشند:  الف) تابع <math>f \circ g</math> را بیابید.  ب) تابع <math>\frac{2f}{g}</math> را به صورت زوج مرتب بنویسید.  پ) مقدار <math>(f - 3g)(0)</math> را محاسبه کنید.</p>	۱۵
۱/۵	<p>۱۶ اگر <math>f(x) = \frac{x+1}{x-2}</math> و <math>g(x) = \sqrt{x-1}</math> باشند:  الف) دامنه <math>f \circ g</math> را به دست آورید.  ب) دامنه <math>\frac{f}{g}</math> را بیابید.</p>	۱۶
۱/۲۵	<p>۱۷ نمودار تابع <math>f(x) = 3^x + 1</math> را رسم کنید و دامنه و برد آن را بیابید.</p>	۱۷

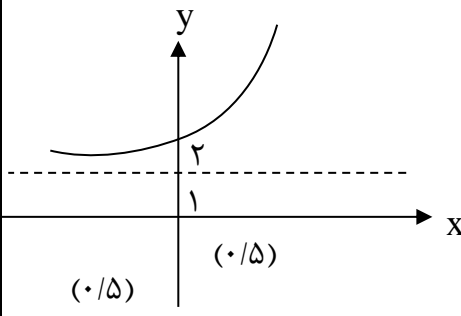


اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران  
اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران  
دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت  
**کلید** سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تمصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰

نام درس: مسابان یازدهم ریاضی  
نام دبیر: فاطمه عراقی  
تاریخ امتحان: ۱۱ / ۱۰ / ۱۴۰۰  
ساعت امتحان: ۱۰:۰۰ صبح / عصر  
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

بارم	محل مهر یا امضاء مدیر	راهنمای تصحیح	ردیف
۰/۷۵	(پ) نادرست (۰/۲۵)	(ب) درست (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	(پ) ۱ (۰/۲۵)	(ب) ۳ (۰/۲۵)	۲
۱/۷۵	M(۱,۰) (۰/۲۵)	CM = $\sqrt{(-1-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{5}$ (۰/۵) (ب) گزینه ۴ (۰/۵) (پ) گزینه ۲ (۰/۵)	۳
۱/۷۵		(الف) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (۰/۵) (ب) خیر $D_f = R - \{0\}$ $D_g = R$ $D_f \neq D_g$ (۰/۷۵) (پ) $(fog)_{(x)} = x^2$ (۰/۵) (۰/۵)	۴
۱		$S_{12} = 138 \Rightarrow 6[2a + 11d] = 138 \Rightarrow 2a + 11d = 23$ $a_6 = 10 \Rightarrow a + 5d = 10$ (۰/۲۵) $\begin{cases} 2a + 11d = 23 \\ a + 5d = 10 \end{cases} \Rightarrow a = -5$ (۰/۲۵)	۵
۰/۷۵		$\frac{a(1-q^4)}{1-q} = 82 \times \frac{a(1-q^4)}{1-q} \Rightarrow (1-q^4)(1+q^4) = 82(1-q^4) \Rightarrow$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $1+q^4 = 82 \Rightarrow q^4 = 81 \Rightarrow q = 3$ (۰/۲۵)	۶
۱		$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -m$ (۰/۵) $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = 2$ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 4 \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 4 \Rightarrow \frac{-m}{2} = 4 \Rightarrow m = -8$ (۰/۲۵)	۷
۱		$ a  = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \Rightarrow a = -1$ (۰/۲۵) $x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{2(-1)} = -2 \Rightarrow b = -4$ (۰/۲۵) $(-2, 2) \Rightarrow -(-2)^2 - 4(-2) + c = 2 \Rightarrow c = -2$ (۰/۲۵) $P = \frac{c}{a} = 2$ (۰/۲۵)	۸
۲		(الف) $(\sqrt{x+2})^2 = (x-4)^2 \Rightarrow x+2 = x^2 - 8x + 16 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0$ (۰/۲۵) $(x-7)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \checkmark \\ x = 2 \times \end{cases}$ غ.ق.ق (۰/۵) (ب) $(\frac{x^2}{2} - 1) = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 1 \end{cases}$ (۰/۲۵)	۹

	$\frac{x^2}{2} - 1 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> $\frac{x^2}{2} - 1 = -2 \Rightarrow x^2 = -2 \quad \text{غ.ق.ق}$	
۱/۷۵	<p>روش جبری:</p> $\ x  - 2  = 2$ $\ x  - 2 = \pm 2 \begin{cases}  x  = 4 \rightarrow x = \pm 4 \\  x  = 0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(۰/۷۵)</p> <p>روش هندسی:</p> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> $\begin{cases} y_1 = \ x  - 2  \\ y_2 = 2 \end{cases}$ <p>معادله ۳ جواب دارد <math>x = -4</math>   <math>x = 0</math>   <math>x = 4</math></p>	۱۰
۰/۷۵	$a = \frac{ 3(2) - 4(2) - 8 }{\sqrt{9+16}} = \frac{10}{5} = 2 \quad (۰/۵) \quad S = 4 \quad (۰/۲۵)$	۱۱
۰/۵	<p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱۲
۱	$y = [2x] + 1 \quad 0 \leq x \leq 1 \rightarrow 0 \leq 2x \leq 2$ $0 \leq 2x < 1 \rightarrow [2x] = 0 \rightarrow y = 1 \quad 0 \leq x < \frac{1}{2}$ $1 \leq 2x < 2 \rightarrow [2x] = 1 \rightarrow y = 2 \quad \frac{1}{2} \leq x < 1$ $2x = 2 \rightarrow [2x] = 2 \rightarrow y = 3 \quad x = 1$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱۳
۱	$\frac{2x_1}{x_1 + 1} = \frac{2x_2}{x_2 + 1} \Rightarrow \cancel{2x_1 x_2} + 2x_1 = \cancel{2x_1 x_2} + 2x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p>یک به یک بوده در نتیجه وارون پذیر است.</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱۴

	$y = \frac{2x}{x+1} \Rightarrow yx + y = 2x \rightarrow x(2-y) = y \rightarrow x = \frac{y}{2-y} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2-x}$ <p style="text-align: center;">(٠/٢٥) <span style="float: right;">(٠/٢٥)</span></p>	
١/٥	الف) $f \circ g = \{(-1, -1), (3, -2)\}$ (٠/٥) ب) $\frac{2f}{g} = \{(0, 4), (1, 4)\}$ (٠/٥) پ) $(f - 3g)(0) = f(0) - 3g(0) = 6 - 3(3) = -3$ (٠/٥)	١٥
١/٥	$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ (٠/٢٥) $D_g = [1, +\infty)$ (٠/٢٥) $D_{f \circ g} = \{x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \neq 2\} = \{x \geq 1 \mid x \neq 5\} = [1, 5) \cup (5, +\infty)$ (٠/٢٥) <span style="float: right;">(٠/٢٥)</span> $D_{\frac{f}{g}} = (\mathbb{R} - \{2\} \cap [1, +\infty)) - \{1\} = (1, 2) \cup (2, +\infty)$ (٠/٥)	١٦
١/٢٥	 <p style="text-align: center;"><math>D = \mathbb{R}</math> (٠/٢٥)</p> <p style="text-align: center;"><math>R_f = (1, +\infty)</math> (٠/٥)</p>	١٧
امضاء:		نام و نام خانوادگی مصحح : فاطمه عراقی
		جمع بارم : ٢٠٠ نمبره